

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE D'INGÉNIEUR-DOCTEUR

PAR

EDOUARD ROCHE

INGÉNIEUR CIVIL DE L'AÉRONAUTIQUE

1^{re} THÈSE

APPLICATION DE LA NOTION D'ÉCHAUFFEMENT
RELATIF A L'ÉTUDE DE LA CONVECTION FORCÉE DE LA CHALEUR

2^e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

MESURE DES DÉBITS DE FLUIDES PAR LES DIAPHRAGMES

Soutenues le 6 juin 1951, devant la Commission d'Examen

Jury	{	MM. RIBAUD	{	Président.
		M. MORAND		Examineurs.
		PONCIN		

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE D'INGÉNIEUR-DOCTEUR

PAR

EDOUARD ROCHE

INGÉNIEUR CIVIL DE L'AÉRONAUTIQUE

1^{re} THÈSE

APPLICATION DE LA NOTION D'ÉCHAUFFEMENT
RELATIF A L'ÉTUDE DE LA CONVECTION FORCÉE DE LA CHALEUR

2^e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ
MESURE DES DÉBITS DE FLUIDES PAR LES DIAPHRAGMES

Soutenues le 6 juin 1951, devant la Commission d'Examen

<i>Jury</i> }	MM. RIBAUD	<i>Président.</i>
	M. MORAND	} <i>Examineurs.</i>
	PONCIN	



APPLICATION
DE LA NOTION D'ÉCHAUFFEMENT
RELATIF A L'ÉTUDE
DE LA CONVECTION FORCÉE DE LA CHALEUR

A Monsieur l'Ingénieur Général POINCARÉ

En témoignage de respectueuse reconnaissance



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552427_0048

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen M. A. CHATELET

PROFESSEURS

G. JULIA	T	Analyse supérieure et algèbre supérieure.	LAFFITTE	T	Chimie générale.
A. DENJOY	T	Théorie des fonctions.	FAVARD	T	Calcul des Probabilités et Physique Mathématique.
L. LUTAUD	T	Géographie physique et géologie dynamique.	COULOMB	T	Physique du globe.
E. DARMOIS	T	Enseignement de physique.	M ^{lle} COUSIN	T	Biologie animale (P.C.B.).
Robert LÉVY	T	Physiologie comparée.	CHRÉTIEN		Chimie (P.C.B.).
Henri VILLAT	T	Mécanique des Fluides et applications.	P. DRACH		Zoologie.
M ^{me} RAMART-LUCAS	T	Chimie organique.	KASTLER		Physique.
FOCH	T	Mécanique physique et expérimentale.	CHATELET	T	Arithmétique et théorie des nombres.
PAUTHENIER	T	Électrotechnique générale.	EPHRUSSI	T	Génétique.
DE BROGLIE	T	Théories physiques.	WURMSER	T	Biologie physico-chimique.
JOB	T	Chimie générale.	BAUER	T	Chimie-physique.
PRENANT	T	Anatomie et histologie comparées.	RIVIÈRE		Géologie (P.C.B.).
COMBES	T	Physiologie végétale.	GAUTHERET		Biologie végétale (P.C.B.).
GARNIER	T	Géométrie supérieure.	LUCAS		Physique.
PÉRÈS	T	Mécanique rationnelle.	A. THOMAS	T	Évolution des êtres organisés.
HACHSPELL	T	Chimie générale.	ARNULF		Optique appliquée.
LAUGIER	T	Physiologie générale.	MAX MORAND		Physique.
TOUSSAINT	T	Technique aéronautique.	SOLEILLET		Physique.
M. CURIE	T	Physique (P.C.B.).	FORTIER	T	Mécanique expérimentale des fluides.
G. RIBAUD	T	Hautes températures.	DANJON	T	Astronomie.
CHAZY	T	Mécanique analytique et mécanique céleste.	FROMAGEOT	T	Chimie biologique.
CROZE	T	Physique théorique et physique céleste.	LAPORTE	T	Physique générale et radio-activité.
DUPONT	T	Théories chimiques.	JANET		Mathématiques générales.
VALIRON	T	Calcul différentiel et calcul intégral.	PETIT	T	Biologie maritime.
BARRABÉ	T	Géologie structurale et géologie appliquée.	QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
VAVON	T	Analyse et mesures chimiques.	GALLIEN		Biologie animale (P.C.B.).
G. DARMOIS	T	Calcul des probabilités et physique mathématique.	EICHHORN		Biologie végétale (P.C.B.).
Jacques BOURCART	T	Géographie physique et géologie dynamique.	DE CUGNAC		Biologie végétale (P.C.B.).
AUBEL	T	Chimie biologique.	M ^{lle} CAUCHOIS		Chimie-physique.
M ^{me} JOLIO-CURIE	T	Physique générale et radio-activité.	THELLIER		Physique du globe.
PLANTEFOL	T	Botanique.	AUDUBERT		Électrochimie.
CABANNES	T	Recherches physiques.	L'HÉRITIER		Génétique.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organisés.	GRIVET	T	Radio-électricité.
PRÉVOST	T	Chimie organique.	PONCIN		Mécanique des fluides.
BOULIGAND	T	Application de l'analyse à la géométrie.	THIRY	T	Mécanique appliquée.
CHAUDRON	T	Chimie appliquée.	DUBREIL		Mathématiques générales.
WYART	T	Minéralogie.	QUELET		Chimie (P.C.B.).
TEISSIER	T	Zoologie.	CAGNIARD		Géophysique appliquée.
MANGENOT	T	Biologie végétale.	CHAMPETIER		Chimie appliquée.
P. AUGER	T	Physique quantique et relativité.	CUVILLIER		Géologie structurale et géologie appliquée.
MONNIER		Physiologie générale.	JUNG		Pétrographie.
PIVETEAU	T	Géologie.	TRILLAT		Physique (P.C.B.).
ROCARD	T	Physique.	WIEMANN		Chimie (P.C.B.).
H. CARTAN	T	Mathématiques (E.N.S.).	LICHNEROWICZ		Mathématiques.
SCHAEFFER	T	Physiologie des fonctions.	JACQUINOT		Physique (P.C.B.).
			VASSY		Physique de l'atmosphère.
			DESTOUCHES		Théories physiques.
			PRUVOST	T	Géologie.
			AMIEL		Chimie (P.C.B.).
			HOCART		Minéralogie.

Secrétaire Ch. MONIER

TABLE DES MATIÈRES

	PAGES
Symboles employés	1
Indices	1
Nombres sans dimensions	2
Relations principales	2
Introduction	3
1 Généralités — Définitions	5
1,0 Généralités	5
1,1 Définition élémentaire	7
1,2 Cas particuliers d'intégrations	7
1,2,1 Régime établi	7
1,2,2 Différence de température constante	8
1,2,3 Variation de l'échauffement avec la température	8
1,3 Échangeurs	9
1,3,1 Condenseurs, bouilleurs	9
1,3,2 Équation générale d'un échangeur	9
1,3,3 Cas où les relations générales ne s'appliquent pas	10
2 Relation avec les nombres sans dimensions et les paramètres usuels	11
2,0 Vitesse et température repères	11
2,1 Nombre de Margoulis	11
2,2 Nombre de Biot-Nusselt	12
2,3 Intervalle dans lequel il est intéressant de considérer l'échauffement ..	12
2,3,1 Écoulement laminaire ou turbulent des fluides dans des gaines cylindriques	12
2,3.1.1 Régime non établi (début d'établissement à l'entrée)	12
2,3.1.2 Régime établi	13
2,3.1.3 Régime mixte	13
2,3.1.4 Cas pratiques	14
2,3.1.5 Cas particuliers	14
3 Relations entre l'échauffement et la perte de charge	15
3,1 Couche-limite dynamique	15
3,2 Couche-limite thermique	15
3,2.1 Fluide théorique	15
3,2.2 Fluide réel	15
3,3 Relations entre les régimes thermiques et dynamiques	16
3,3.1 Cas général	16
3,3.1.1 Régime turbulent (section quelconque)	17
3,3.1.2 Cas du régime laminaire thermique et dynamique établi entre plans parallèles	17

4 Écoulement dans les tubes en régime laminaire	19
4,0 Phénomène physique	19
4,1 Zone d'établissement de régime (tube circulaire)	19
4,1,1 Remarque sur la formule du régime laminaire non établi	21
4,1,2 Divergence des résultats classiques	21
4,1,3 Justification	21
4,1,4 Mode opératoire employé (mesures)	22
4,1,5 Remarques sur les établissements de régimes	23
4,2 Courant laminaire établi (tube circulaire)	25
4,3 Perte de charge en régime établi	26
4,4 Perte de charge en régime non établi	26
4,4,1 Essais en établissement de régime	27
4,5 Établissement de régime (théorie d'ensemble)	27
4,5,1 Longueur de l'établissement de régime	27
4,5,2 Établissement de régime caractérisé par l'échauffement relatif	28
4,5,3 Formule de l'échauffement quand le régime est établi à la fin du parcours	28
5 Écoulement dans les tubes en régime turbulent	30
5,0 Phénomène physique	30
5,1 Généralités sur les phénomènes thermiques en écoulement turbulent ...	31
5,2 Régime turbulent établi dans un tube cylindrique	31
5,2,1 Comparaison avec les résultats en laminaire	32
5,3 Établissement de régime en écoulement turbulent	32
5,4 Région laminaire d'établissement du régime	32
5,5 Points d'établissement de régime	34
5,5,1 Régime dynamique	34
5,5,2 Régime thermique	34
5,6 Formule générale en écoulement turbulent	35
6 Écoulement entre plans parallèles (tubes aplatis)	36
6,1 Diamètre équivalent des conduites	36
6,2 Tubes aplatis — Fentes circulaires	36
6,3 Expériences thermiques	37
6,4 Comparaison des pertes de charge dans les tubes circulaires et entre plans parallèles en régime laminaire	38
6,4,1 Tube circulaire (ou carré ?)	38
6,4,2 Entre-plans parallèles	38
6,4,3 Uniformisation des formules de perte de charge	38
6,5 Utilisation des relations pertes de charge-échauffement (écoulement laminaire)	39
6,6 Écoulement turbulent	40
6,7 Régime laminaire	41
6,8 Cas général	41
6,8,1 Écoulement laminaire	41
6,8,2 Écoulement turbulent	42
6,9 Vérification	42

	PAGES
7 Écoulement perpendiculaire à un faisceau de tubes	44
7,0 Phénomène physique	44
7,1 Transmission de chaleur avec écoulement du fluide normal à un tube ..	45
7,2 Échauffement relatif du fluide à travers un faisceau de tubes	46
7,2,1 Régime laminaire.....	46
7,2,2 Autres régimes	47
7,2,3 Vérification expérimentale	47
7,3 Remarque générale sur les écoulements perpendiculaires aux faisceaux de tubes	48
7,4 Pertes de charge	48
7,4,1 Perte de charge à travers un faisceau de tubes en quinconces	49
7,4,2 Essais avec faible nombre de Reynolds	50
8 Points particuliers	51
8,1 Propriétés physiques des fluides	51
8,1,1 Diffusivité thermique	51
8,1,2 Nombre de Prandtl	51
8,2 Choix des caractéristiques thermiques	51
8,3 Choix des unités	52
8,4 Présentation des formules	52
9 Variations des propriétés physiques du fluide dans un appareil (pertes de charge)	53
9,1 Phénomènes thermiques	53
9,2 Phénomènes mécaniques — Pertes de charge	53
9,2,1 Dilatation et perte de charge d'un fluide parfait	53
9,2,2 Cas d'un gaz réel	55
9,2,3 Cas d'expériences	56
9,3 Vitesse efficace	56
9,4 Établissement et fin de régime	57
10 Résultats d'essais	58
10,0 Mode d'application des formules	58
10,1 Essai de refroidissement du moteur S.N.E.C.M.A.	58
10,1,1 Mesure des températures	58
10,1,2 Mesure des débits d'air	60
10,1,3 Résultats prévus et exploitation des résultats d'essais	60
10,2 Essai sur radiateur A.B.	61
10,2,1 Description et essais	61
10,2,2 Calcul de l'échauffement	62
10,3 Essais de radiateur industriel Chausson	63
10,4 Essais de radiateur à écoulement laminaire M.A.R.	65
10,4,1 Description du matériel et des essais	66
10,4,2 Caractéristiques et résultats	66
Conclusion	68
Constantes physiques	71
Bibliographie	78

SYMBOLES EMPLOYÉS

a	Diffusivité thermique $a = \frac{\lambda}{\rho c}$.
A	Débit du fluide A (air) exprimé en équivalent calorifique (débit en eau).
B	Débit en eau du fluide B.
c	Chaleur spécifique.
d	Diamètre ou dimension caractéristique.
e	Épaisseur de métal à traverser par le flux de chaleur.
E	Débit d'eau.
k	Constante.
l	Longueur.
m	Rapport des côtés d'une section rectangulaire ($m < 1$).
p	Pression statique du fluide.
P	Pression dynamique du fluide.
Q	Débit.
S	Surface d'échange.
T	Température. (Quand T est employé sans indice, l'indice m est sous-entendu.)
v	Vitesse.
x	Abscisse.
y	Ordonnée.
α	Coefficient d'échange classique.
λ	Conductivité.
ρ	Masse spécifique.
μ	Viscosité dynamique.
ν	Viscosité cinématique.
Δp	Perte de charge.
σ	Section de passage du fluide.
ξ	Section du métal où passe le flux de chaleur.
θ	Différence de température entre le fluide et la paroi (quand θ est employé sans indice l'indice m est sous-entendu).
Θ	Température absolue.

INDICES

0	Relatif à l'origine.
1	} Relatif aux sections 1, 2, x .
2	
x	
01	} Accroissement du paramètre entre les points indiqués.
$0x$	
12	
d	Rapporté au diamètre ou à une longueur égale à d .
e	Valeur efficace (prise à la fin de la couche limite).
m	Valeur moyenne ou de mélange.

θ_1^2	Moyenne logarithmique du paramètre entre les sections 1 et 2.
v	Relatif au volume.
AB AE	} Du fluide A au fluide B ou E.
AM	
	Du fluide A par rapport au métal.

NOMBRES SANS DIMENSIONS

$\mathcal{B}$	Biot-Nusselt.....	$\mathcal{B} = \frac{\alpha d}{\lambda}.$
$\mathcal{R}$	Reynolds	$\mathcal{R} = \frac{vd}{\nu}.$
$\mathcal{P}$	Prandtl.	$\mathcal{P} = \frac{c \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{a}.$
$\mathcal{M}$	Margoulis	$\mathcal{M} = \frac{\alpha}{v \rho c}.$
ω	Échauffement relatif	$d \omega = \frac{dT}{\theta}.$
	(Positif pour un échauffement ; négatif pour un refroidissement)	$\omega_{12} = \frac{T_2 - T_1}{\theta_1^2}.$

RELATIONS PRINCIPALES

$$\omega = \mathcal{M} \frac{S}{\sigma}.$$

$$\mathcal{M} = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{R} \mathcal{P}}.$$

INTRODUCTION

Il est difficile, en France, de traiter des questions de transmission de chaleur sans parler de M. le Professeur RIBAUD. Cela sera d'autant plus naturel dans le cas présent que ses ouvrages nous ont servi de base et nous ont montré l'importance des phénomènes physiques inséparables de la transmission de chaleur. Leur lecture nous a incité en effet à utiliser les nombres sans dimensions et à reprendre le dépouillement de quelques essais industriels que nous avons faits précédemment et exploités de façon trop sommaire.

C'est par une longue suite d'intermédiaires que nous sommes arrivés à dégager, puis à utiliser la notion pourtant bien simple « d'échauffement relatif », peut-être à cause de sa simplicité même ⁽¹⁾. C'est à ce stade que nous sommes entrés en rapport avec M. le Professeur RIBAUD, qui a bien voulu s'intéresser à un ensemble, assez flou au début, nous conseiller sur bien des points et enfin présider notre soutenance de thèse. Nous devons le remercier ici pour toutes les observations qu'il nous a faites à cette occasion, en particulier au sujet des définitions, du symbolisme et de la terminologie employée.

Une remarque faite sur l'ambiguïté de notre définition de la vitesse nous a obligé à mieux analyser le rôle de la « vitesse efficace ». C'est ainsi que nous avons étudié le refroidissement forcé (air ou hydrogène) des alternateurs où la « vitesse efficace » et la vitesse d'avancement du fluide sont complètement indépendantes.

Par contre, nous ne croyons pas indispensable de rattacher la base de cette étude d'échauffement à la théorie classique de transmission de la chaleur et pensons en particulier qu'il est inutile de faire appel au coefficient de transmission de chaleur usuel qui est en quelque sorte déjà intégré dans le phénomène physique que nous considérons comme élémentaire. Ceci ne nous a pas empêché de relier le paramètre d'échauffement ainsi défini avec les nombres sans dimensions classiques, tant pour situer la question que pour utiliser au maximum les résultats acquis et bien connus.

Nous demandons ici l'indulgence des thermiciens et les prions, malgré les défauts de fonds et de forme certainement trop fréquents, de bien vouloir suivre nos raisonnements à partir du phénomène d'échauffement élémentaire, en laissant un moment de côté la notion classique de flux de chaleur par élément de surface. Cette dernière notion est, d'ailleurs, seule utilisable pour les phénomènes thermiques à température constante (ébullition, condensation) qui ne sont pas étudiés ici.

Il faut remarquer aussi que le coefficient usuel reste toujours un excellent moyen global de vérifier la surface d'échange d'un appareil déterminé par la méthode ici exposée.

Nous ne nous dissimulons pas que ce que nous demandons ici aux thermiciens est un peu déroutant et d'autant plus ardu qu'ils connaissent mieux la transmission de

(1) Nous ne connaissons pas à ce moment le cours du Professeur LEGENDRE, ni les numéros « L » et « LI » du *Mémorial des Sciences Physiques* du Professeur RIBAUD qui étaient déjà parus.

chaleur sous sa forme classique. Nous avons rencontré nous-mêmes cette difficulté : ayant complètement mis au point un mode de calcul par échauffement pour échangeur à deux fluides, nous ne l'avons utilisé vraiment qu'après y avoir été contraints plusieurs fois pour la détermination d'appareils industriels dont les caractéristiques thermiques étaient assez poussées, ou pour lesquels une condition supplémentaire imposée ne permettait de traiter le problème, avec la méthode normale, que par des tâtonnements laborieux.

Le présent travail ne diffère de la thèse originale que par des points de détails :

— l'introduction primitive a été scindée; une moitié complète les généralités (§ 1,0) et la deuxième partie, un peu développée, constitue la conclusion. Quelques précisions ont été apportées aux vitesses et températures utilisées dans les formules (§ 2,0), et nous avons ajouté les conclusions des essais de BERGELIN.

Dans cette étude nous avons utilisé :

A. — Des résultats obtenus par quelques personnalités et Sociétés qui nous en ont autorisé la publication et nous ont, de plus, fourni les photographies du matériel essayé.

Nous citerons :

- le Laboratoire des Hautes Températures (thèse de BROLA) (§ 7,3.2);
- la Société A.B. : radiateur A.B., écoulement en régime non établi (§ 10,2);
- la Société Chausson : radiateur d'avion en régime turbulent (§ 10,3);
- le Professeur BERGELIN, Université de Delaware, U.S.A. (§ 7,4.2).

B. — Des résultats d'essais que nous avons effectués avec les appareils industriels de certaines Sociétés et pour leur compte. Ces dernières nous en ont autorisé la publication et, de plus, fourni les photographies du matériel employé.

Nous citerons :

- l'Arsenal de l'Aéronautique (§ 10,4);
- la Société Marine-Air-Rail : radiateur laminaire (§ 10,4);
- l'Office National d'Études et de Recherches Aéronautiques (§ 10,1);
- la Société Nationale d'Étude et de Construction de Moteur d'Avion : essai sur maquette du moteur 36 T (§ 10,1);

C. — Les résultats très étendus que nous avons effectués sur un matériel prototype (aéroréfrigérant d'huile de transformateur) exécuté d'après nos calculs par la Société des Condenseurs Delas (§ 4,1) et essayé dans les Laboratoires de la Société Alsthom.

Nous remercions sincèrement ces diverses Sociétés et leurs Services d'Études de l'aide qu'ils ont bien voulu nous apporter plus particulièrement la Société des Condenseurs Delas et son Directeur Général, C. CABANES, qui nous a facilité de toutes manières pour mener à bien ce travail.

L'utilisation, actuellement constante, que nous faisons des présentes théories pour la détermination d'appareils industriels nous en a confirmé l'intérêt.

Quand on doit réaliser des essais thermiques, il n'est pas rare qu'on ignore certaines propriétés physiques du fluide employé. Dans des essais faits à l'Office National d'Études et de Recherches Aéronautiques, nous avons eu à travailler sur une huile dont nous ignorions la masse spécifique, la chaleur spécifique et la viscosité. Nous avons dû nous contenter d'étudier les variations en fonction du débit-poids du groupement :

$$\frac{\alpha S}{c}.$$

Ce n'est que quelque temps après, ayant à déterminer pour la Société des Condenseurs Delas des appareils thermiques industriels, que nous avons utilisé l'échauffement relatif du fluide. Celui-ci n'est autre que la variable précédente divisée par le débit-poids. Nous avons alors posé comme définition de l'échauffement relatif entre les sections 1 et 2 l'expression :

$$\omega_{12} = \frac{T_1 - T_2}{\theta_1^2} \quad (1).$$

Mais il nous a semblé plus logique et d'une portée plus générale de prendre pour l'échauffement une expression différentielle :

$$d\omega = \frac{dT}{\theta},$$

ce qui nous permet de mieux en connaître le domaine d'application.

A l'usage, cet emploi a été fécond, pour les principales raisons suivantes :

— c'est un nombre sans dimension dont la définition physique ainsi que la mesure sont immédiates. C'est de plus, pour l'ingénieur ayant à réaliser un appareil, une grandeur qui se rattache très simplement à l'effet recherché;

— cette caractéristique thermique est reliée très étroitement à la perte de charge, comme nous le verrons plus loin, elle est aussi additive et l'on a, pour trois sections successives (1), (2) et (3) :

$$\omega_{13} = \omega_{12} + \omega_{23};$$

— l'emploi de cette méthode pour déterminer un appareil est constructive, car on peut suivre l'évolution de la température du fluide étudié et, au fur et à mesure, « composer » l'appareil dont on a besoin;

(1) La température moyenne du fluide dans une section sera toujours, dans cet exposé, la température qu'aurait le mélange homogène de la quantité de fluide passant dans la section pendant l'unité de temps.

— les résultats du calcul ainsi effectué peuvent être facilement vérifiés en exprimant le coefficient d'échange global résultant. Cette vérification est très sûre du fait que les deux méthodes sont complètement indépendantes;

— le fait de n'avoir que des valeurs de température dans la grandeur étudiée fait passer toutes les autres grandeurs, qu'elles soient relatives au fluide ou au conduit, dans le deuxième terme. Cela met en évidence des résultats assez intéressants, indépendants de certaines propriétés du fluide ou de la conduite (courant laminaire).

Certains auteurs ont employé cette notion : entre autres, RIBAUD donne les formules d'échauffement dans certains cas particuliers.

LEGENDRE a utilisé la relation entre l'échauffement et le nombre de Margoulis pour définir ce dernier. Mais il utilise exclusivement le nombre de Margoulis dans la suite de son cours.

Nous indiquons plus loin une liste d'auteurs ayant étudié la convection et la chaleur. Ils sont souvent passés, explicitement ou implicitement, par l'étude de l'échauffement relatif. Cette notion n'est donc pas nouvelle et les résultats que nous indiquons sont, dans l'ensemble, absolument classiques.

Quelques points doivent être précisés :

— nous ne nous occupons que des échanges par convection de fluides avec les conduites, à l'exclusion des transformations physiques; les fluides étudiés ne subissent pas de modifications internes introduisant de la chaleur en dehors de la convection;

— nous utiliserons les notions de couche-limite thermique et de couche-limite dynamique, qui sont les régions où la température et la vitesse subissent une variation rapide due à la proximité de la paroi;

— nous appellerons fluide théorique un fluide pour lequel les couches-limites thermiques et dynamiques sont toujours confondues. C'est le cas d'un fluide pour lequel $\mathcal{E} = 1$. Remarquons qu'un tel fluide théorique a une viscosité et qu'il ne doit pas être confondu avec le fluide parfait étudié en aérodynamique, qui a une viscosité nulle;

— nous nommerons écoulement en régime établi l'écoulement d'un fluide pour lequel l'épaisseur de la couche-limite est indépendante de l'abscisse suivant l'axe du tube;

— de même, l'écoulement en période d'établissement de régime est l'écoulement d'un fluide dont l'épaisseur de la couche-limite varie avec l'abscisse.

De la même façon que nous avons des couches limites thermiques et dynamiques, nous avons une zone d'établissement de régime thermique et une zone d'établissement de régime dynamique. *Nous considérerons dans la suite que leur origine est la même (le début du tube).*

Ces zones sont confondues pour un fluide théorique.

Ces différents points ont été mis en lumière par le Professeur RIBAUD, qui a bien voulu nous conseiller pour ce travail. Nous renvoyons donc le lecteur au *Mémorial des Sciences Physiques* correspondant pour l'étude de ces points. Ces livres nous ont en effet servi de base.

1,1

DÉFINITION ÉLÉMENTAIRE

L'équilibre thermique qui existe entre une veine fluide en mouvement et les parois de la gaine qui sont à une température différente, peut être considéré comme le phénomène élémentaire le plus simple de la convection forcée.

Considérons deux sections infiniment voisines S et S' (*fig. 1*) normales en tous points à la vitesse moyenne du fluide au point considéré :

— soit T et $T + dT$ les températures moyennes du fluide dans les sections S et S';

— soit θ la différence de température moyenne entre le fluide et la paroi dans la section S.



Fig. 1

Nous appellerons échauffement relatif élémentaire du fluide la quantité :

$$d\omega = \frac{dT}{\theta}.$$

Usuellement, on utilisera une intégrale entre deux sections déterminées et l'on aura :

$$(1) \quad \omega_{12} = \int_1^2 \frac{dT}{\theta}.$$

1,2

CAS PARTICULIERS D'INTÉGRATIONS

On peut intégrer l'équation (1) dans certains cas particuliers importants.

1,2.1 Régime établi.

La veine fluide a une section constante et le régime est établi, c'est-à-dire que le phénomène thermique est indépendant de l'ordonnée.

Dans ces conditions en considérant deux sections particulières 1 et 2 l'on a l'identité :

$$\frac{dT}{d\theta} = \frac{T_1 - T_2}{\theta_1 - \theta_2},$$

soit :

$$\frac{dT}{\theta} = \frac{d\theta}{\theta} \frac{T_1 - T_2}{\theta_1 - \theta_2},$$

et en reportant dans (1) :

$$\omega_{12} = \int_1^2 \frac{d\theta}{\theta} \frac{T_1 - T_2}{\theta_1 - \theta_2},$$

en intégrant :

$$\omega_{12} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln \frac{\theta_1}{\theta_2}}}.$$

Le dénominateur est la valeur moyenne logarithmique de θ_1 et θ_2 .

Nous l'écrivons θ_1^2 et l'on a :

$$(2) \quad \omega_{12} = \frac{T_1 - T_2}{\theta_1^2}.$$

1,2.2 Différence de température constante.

On peut encore intégrer dans le cas où θ_x reste constant ou peu variable. On a alors évidemment :

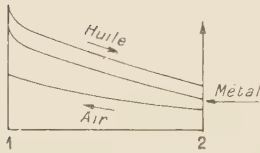


Fig. 2

$$\omega_{12} = \frac{T_1 - T_2}{\theta_c},$$

θ_c étant la valeur constante de θ entre 1 et 2; c'est un cas particulier de la formule (2).

Ce cas peut se produire avec des échangeurs à deux fluides, lorsque le premier fluide est en zone d'établissement de régime, le deuxième étant en régime permanent, et que le premier fluide a un échauffement plus important, la répartition des températures entre les deux fluides et le métal sera de la forme définie par la figure 2.

1,2.3 Variation de l'échauffement avec la température.

L'échauffement relatif (par unité de longueur) varie linéairement avec la température, soit :

$$\omega_x = a + bT.$$

En calculant a et b par rapport aux données :

$$\omega_1 = a + bT_1, \quad \omega_2 = a + bT_2$$

et, en intégrant, on trouve (ce qui est évident) :

$$\omega_{12} = l_{12} \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}.$$

1,3

ÉCHANGEURS

On est amené, lorsqu'on a affaire à des échangeurs de température entre deux fluides, à considérer directement les différences de température entre les deux fluides en question. Cette façon de procéder, quand elle est valable, est très pratique, mais elle ne l'est pas toujours. Nous allons voir quelques cas usuels :

1,3.1 Condenseur, bouilleur.

Un des fluides est à une température fixe (condensation, ébullition); l'autre est en régime thermique établi (turbulent) (*fig. 3*).

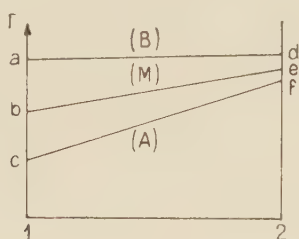


Fig. 3

En supposant les régimes thermiques établis, les différences de température sont proportionnelles aux flux de chaleur, et l'on a :

$$\frac{cb}{ca} = \frac{fe}{fd} = \frac{1}{K},$$

donc :

$$\omega_{AM} = K \omega_{AB}.$$

La température du fluide B étant constante, on a :

$$\omega_{AB} = L \frac{(\theta_{AB})_1}{(\theta_{AB})_2}.$$

On voit que sous cette forme, l'échauffement entre fluide et vapeur se condensant ou se formant, est particulièrement commode à manier.

1,3.2 Équation générale d'un échangeur.

Les deux fluides circulent en contre-courant, ou en courant parallèle, et sont tous deux en régime établi (échange indépendant de la température).

En décomposant la différence de température moyenne des deux fluides d'un échangeur en un point déterminé, on a :

$$\theta_{AB} = \theta_{AM} + \theta_{MM} + \theta_{MB},$$

θ_{MM} désignant la différence de température entre les deux faces du métal, ce qui s'écrit :

$$\frac{\Delta T_A}{\omega_{AB}} = \frac{\Delta T_B}{\omega_{BA}} = \frac{\Delta T_A}{\omega_{AM}} + \frac{\Delta T_B}{\omega_{BM}} + \frac{Q e}{\xi \lambda}.$$

Q représentant le débit de chaleur, on a :

$$Q = A \Delta T_A = -B \Delta T_B,$$

soit :

$$(3) \quad \frac{1}{A \omega_{AB}} = -\frac{1}{B \omega_{BA}} = \frac{1}{A \omega_{AM}} - \frac{1}{B \omega_{BM}} + \frac{e}{\xi \lambda}.$$

Lorsqu'il n'y a pas de surfaces secondaires, les valeurs de e et ξ sont définies sans difficulté et ce terme est généralement négligeable si les échanges ne sont pas très importants.

Quand on a des surfaces secondaires (ailettes), ce terme doit toujours être considéré.

ξ représente alors la surface de la section des ailettes par un plan situé au quart de leur hauteur.

e représente la demi-hauteur des ailettes.

Ce mode de calcul suppose que la répartition de température le long de l'ailette est linéaire.

Cette hypothèse simplificative se trouve souvent proche de la réalité, quand les ailettes ont une épaisseur à la base supérieure à celle de l'extrémité (ailettes optimum).

Si l'épaisseur du métal sous les ailettes est importante, on en tient compte comme vu plus haut.

NOTA. — Le calcul des ailettes peut se faire d'une façon tout à fait rigoureuse pour les ailettes de différentes formes. L'approximation que nous donnons est systématiquement désavantageuse, mais est presque toujours suffisante.

1,3.3 Cas où les relations générales ne s'appliquent pas.

Les relations (3) ne s'appliquent pas si l'un des deux fluides est en établissement de régime.

Ceci n'empêche pas que dans certains cas particuliers on puisse pratiquement définir l'échauffement de chaque fluide rapporté au métal, alors que l'échauffement relatif d'un fluide par rapport à l'autre n'a pas de sens physique simple.

Comme nous rattacherons d'autre part les mesures des pertes de charge et des échauffements — fluide-métal, cette dernière seule sera retenue en général.

2 RELATION AVEC LES NOMBRES SANS DIMENSIONS ET LES PARAMÈTRES USUELS

2,0

VITESSE ET TEMPÉRATURE REPÈRES

En considérant que l'échange de chaleur et les pertes de charge par viscosité ont lieu respectivement dans les couches-limites thermiques et dynamiques, les formules classiques ainsi que les nombres sans dimensions qui s'y rattachent peuvent être reportés utilement aux vitesses et températures régnant à la fin de cette couche-limite qui est la couche laminaire (RIBAUD, XL, §§ 25 et 26). Nous appellerons ces paramètres vitesse et température efficaces.

Dans le cas de l'écoulement laminaire établi pour les deux régimes, v_e et T_e sont les valeurs des paramètres sur l'axe; les rapports entre v_e , v_m et θ_e , θ_m dépendent de la forme du conduit.

Pour l'écoulement turbulent, on a sensiblement, quelle que soit la forme de la section :

$$v_e = v_m, \quad \theta_e = \theta_m.$$

C'est pour cette raison que les formules empiriques, établies pour l'écoulement turbulent, donnent de très bons recoupements avec les formules théoriques, sans avoir besoin de préciser la vitesse de référence.

Nous nous placerons dans ce cas dans les deux paragraphes suivants.

2,1

NOMBRE DE MARGOULIS

Reprenons la formule élémentaire d'échauffement :

$$d\omega = \frac{dT}{\theta};$$

le flux de chaleur gagné par le fluide entre les sections 1 et 2 est de la forme :

$$A dT = v \sigma c \rho dT = \alpha dS \theta$$

et l'on a :

$$d\omega = \frac{dT}{\theta} = \frac{\alpha}{v c \rho} \frac{dS}{\sigma}.$$

Le groupement $\frac{\alpha}{\nu \rho c}$ est un nombre sans dimensions qui est appelé nombre de Margoulis, et l'on a la relation de base :

$$(4) \quad \omega = \mathcal{M} \frac{S}{\sigma} /.$$

2,2

NOMBRE DE BIOT-NUSSELT

C'est le nombre le plus couramment utilisé. On a :

$$\mathcal{B} = \frac{\alpha d}{\lambda},$$

et :

$$\mathcal{M} = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{R} \mathcal{P}},$$

avec :

$$\mathcal{R} = \frac{\nu d}{\nu} \quad \text{nombre de Reynolds;}$$

$$\mathcal{P} = \frac{\nu}{a} = \frac{c \mu}{\lambda} \quad \text{nombre de Prandtl;}$$

on en tire :

$$(5) \quad \omega = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{R} \mathcal{P}} \times \frac{S}{\sigma} /.$$

2,3

INTERVALLE DANS LEQUEL IL EST INTÉRESSANT DE CONSIDÉRER L'ÉCHAUFFEMENT

Lorsqu'on étudie un appareil complet, la question ne se pose pas. Il faut considérer l'échauffement complet pris entre les sections d'entrée et de sortie du fluide. C'est, en général, la donnée essentielle et la raison d'être de l'appareil thermique.

2,3.1 Écoulement laminaire ou turbulent des fluides dans des gaines cylindriques.

2,3.1.1 RÉGIME NON ÉTABLI (début d'établissement à l'entrée).

Le point d'origine est très remarquable, et nous considérerons les échauffements à partir de ce point.

On étudiera donc ω_{0x} .

De la même façon, les auteurs classiques : BIOT, NUSSELT, LÉVÊQUE, MARGOULIS, ont étudié :

$$\mathcal{B}_{0x} \quad \text{ou} \quad \mathcal{M}_{0x}$$

2,3.1.2 RÉGIME ÉTABLI.

En négligeant pour l'instant la zone d'établissement de régime (sur laquelle nous reviendrons), le phénomène observé est indépendant du point où on le considère.

On peut prendre l'échauffement relatif rapporté à l'unité de longueur. Le coefficient ainsi défini perd son intérêt de nombre sans dimension. Il est cependant utilisable sous cette forme pour le calcul des échangeurs où il se prête à des abaques très commodes.

Dans le cas le plus général, on prendra comme longueur de parcours la longueur caractéristique de l'écoulement qui est utilisé dans le nombre de Reynolds, c'est-à-dire le diamètre dans le cas des tubes et la distance entre plans pour l'écoulement de fluides entre plans parallèles ou dans des tuyaux aplatis.

Lorsque la section de la gaine de fluide est proche du cercle ou du carré, on peut utiliser avec profit la notion de diamètre équivalent. Par contre, dès qu'une dimension devient nettement plus petite que les autres, c'est elle qui fixe le régime d'écoulement du fluide et le nombre de Reynolds doit être pris par rapport à elle. (Nous verrons dans le chapitre des résultats expérimentaux une justification de ces points.)

Le plus souvent, nous avons à considérer le rapport de surface : $\frac{S}{\sigma}$.

On a, pour un fluide circulant dans un tube circulaire ou carré :

$$\left(\frac{S}{\sigma}\right)_d = 4,$$

entre lames à faces parallèles avec les deux lames actives :

$$\left(\frac{S}{\sigma}\right)_d = 2,$$

avec une seule lame active :

$$\left(\frac{S}{\sigma}\right)_d = 1;$$

on a donc :

$\omega_d = 4 \mathfrak{M}$ tube circulaire ou carré;

$\omega_d = 2 \mathfrak{M}$ faces parallèles;

$\omega_d = \mathfrak{M}$ écoulement devant un plan indéfini, la veine fluide étant limitée par un plan parallèle ou plan actif et à une distance d .

2,3.1.3 RÉGIME MIXTE.

Le régime thermique est établi à la fin du parcours et le phénomène d'établissement de régime est important. On peut procéder de deux manières :

a) soit déterminer la région d'établissement de régime (l'échauffement peut, dans certains cas, être considéré comme caractéristique de l'établissement du régime), puis étudier la région suivante où il existe un régime établi;

b) on peut considérer que toute la région est soumise aux lois du régime établi, et ajouter un supplément d'échauffement dû à l'établissement du régime, de la même façon que l'on calcule la perte de charge d'un fluide passant à travers un tube, en supposant que cette dernière est uniforme et en ajoutant une perte de charge singulière due à l'établissement (et à la fin) du régime. Cette façon de voir sera la plus souvent retenue en raison des analogies hydrauliques qu'elle renferme.

2,3.1.4 CAS PRATIQUES.

Il est fréquent que l'appareil thermique soit composé par la répétition d'un écoulement déterminé qui se renouvelle un certain nombre de fois. L'échauffement élémentaire à considérer sera ainsi bien défini. L'échauffement total sera la somme des échauffements partiels, ce qui résulte évidemment de sa définition.

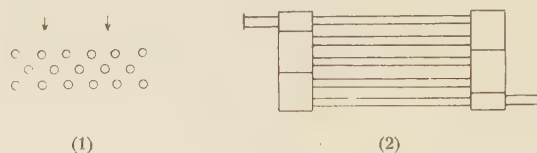


Fig. 4

Exemple 1. — Si l'on considère l'écoulement du fluide perpendiculairement à un faisceau de cylindres (tube d'échangeur), l'échauffement élémentaire sera l'échauffement obtenu au passage d'un « rideau de tubes ».

Exemple 2. — Supposons que le fluide circulant à l'intérieur des tubes d'un échangeur à plusieurs circulations ne soit pas en régime établi, l'échauffement à considérer sera celui du tube élémentaire (en tenant compte de ce que le régime à l'entrée d'un tube peut être influencé par la sortie du précédent) (*fig. 4*).

2,3.1.5 CAS PARTICULIERS.

Certains cas plus complexes dans leur nature peuvent assez facilement être résolus de la sorte.

Cas du tube à ailettes. — Le tube est parcouru par de l'eau, les ailettes étant refroidies par un courant d'air perpendiculaire.

On a, pour l'eau, un régime turbulent établi, alors que pour l'air on a un écoulement caractérisé par un nombre de Reynolds de 1 000 à 5 000 et un régime non établi.

Malgré ces différences de régime, on peut pratiquement définir un échauffement relatif de l'air par rapport à l'eau pour son passage à travers un rideau de tubes à ailettes.

RELATIONS ENTRE L'ÉCHAUFFEMENT ET LA PERTE DE CHARGE

3,1

COUCHE-LIMITE DYNAMIQUE

Lorsqu'un fluide circule autour d'un solide, les particules de ce fluide, au contact du corps, sont immobiles. Les particules peu éloignées sont animées d'une vitesse très lente, le mouvement est laminaire la couche ainsi formée est la couche-limite laminaire qui existe toujours quel que soit le régime de l'écoulement général.

Si le fluide circule à l'intérieur d'une gaine, le phénomène se produit de la même façon et le courant de fluide se fait à l'intérieur d'un tube de couche-limite.

3,2

COUCHE-LIMITE THERMIQUE

Quel que soit le régime d'écoulement du fluide, nous avons vu qu'il existe des particules du fluide complètement arrêtées contre la paroi. Ces particules sont évidemment à la même température que la paroi. Dans la couche-limite laminaire, la transmission de chaleur se fait par simple conduction entre les deux parois de la couche-limite laminaire.

3,2.1 **Fluide théorique.**

Dans le cas de fluide théorique caractérisé par un nombre de Prandtl 1, les couches-limites thermiques et dynamiques sont confondues; les gaz sont presque des fluides théoriques : $\mathcal{P} = 0,7$ pour l'air, $\mathcal{P} = 0,95$ pour la vapeur d'eau. L'eau liquide à température supérieure à 130° est le fluide le plus voisin du fluide théorique, variation de $\mathcal{P}$: 1,1 à 0,9, suivant la température.

3,2.2 **Fluide réel.**

Si le nombre de Prandtl est différent de 1, RIBAUD démontre que l'on doit avoir :

$$\frac{\text{épaisseur couche-limite dynamique}}{\text{épaisseur couche-limite thermique}} = \mathcal{P}^{1/3}.$$

3,3 RELATIONS ENTRE LES RÉGIMES THERMIQUES ET DYNAMIQUES

Si l'on se borne à étudier la couche-limite laminaire, on n'aura pas à faire de distinction entre les différents modes d'écoulement. En prenant les valeurs des variables à la fin de cette zone, l'échange thermique se passe complètement dans la couche-limite précédemment décrite. La vitesse et la température du fluide à considérer dans une uniformisation des formules seraient, pour le courant laminaire, les vitesses et températures extrêmes obtenues sur l'axe du tube (ou dans le plan médian de l'entre-lame).

Pour l'écoulement turbulent, il faudrait considérer les vitesses et températures régnant à l'extrémité des couches-limites thermiques et dynamiques.

Nous appellerons dans les deux cas les valeurs :

$$\left. \begin{array}{ll} \text{— température efficace} & T_e \\ \text{— différence de température efficace} & \theta_e \\ \text{— vitesse efficace} & v_e \end{array} \right\} \text{ (voir § 2,0).}$$

Remarque. — Du point de vue dynamique, on voit que la pression exercée par le fluide sur un point du corps correspond à la vitesse efficace du fluide au point correspondant de la couche-limite. (Les pressions se conservent dans la couche-limite laminaire.)

3,3.1 Cas général.

En exprimant que les profils des vitesses et des températures sont semblables dans les couches-limites thermiques et dynamiques, on a la relation (dérivées prises à la paroi) :

$$(6) \quad K \frac{1}{v_e} \left(\frac{dv}{dy} \right)_p = \frac{1}{\theta_e} \left(\frac{d\theta}{dy} \right)_p.$$

Pour le fluide théorique, on a :

$$K = 1 \quad (\text{les couches limites sont confondues}).$$

Pour les fluides réels, on a :

$$K = \mathcal{F}^{1/3}.$$

La valeur de la perte de charge par frottement est :

$$\Delta p = \mu \left(\frac{dv}{dy} \right)_p \cdot \frac{S}{\sigma}.$$

La valeur de l'échauffement relatif est :

$$\omega = \frac{\lambda}{\theta_m} \left(\frac{d\theta}{dy} \right)_p \cdot \frac{S}{\sigma v_m \varrho c}.$$

La relation entre Δp et ω donné par (6) dépend, dans chaque cas considéré, des relations entre :

$$\begin{array}{ccc} v_e & \text{et} & v_m, \\ \theta_e & \text{et} & \theta_m. \end{array}$$

3,3.1.1 RÉGIME TURBULENT (Section quelconque).

Le régime turbulent est caractérisé par :

$$v_m = v_e \quad \text{et} \quad \theta_m = \theta_e.$$

On obtient :

$$(7) \quad \Delta p = 2 \omega \mathfrak{F}^{2/3} \left(\frac{1}{2} \rho v_m^2 \right) /.$$

Cette relation est valable dans tous les cas d'écoulement turbulent, quelle que soit la forme de la section, car le rayon de courbure est toujours grand vis-à-vis de l'épaisseur de la couche-limite.

Elle doit être aussi valable pendant la partie de l'établissement du régime laminaire où la couche-limite n'est pas trop importante.

Si le calcul avait été mené avec les notations habituelles, on aurait trouvé la relation classique entre le coefficient de frottement et le nombre de Margoulis :

$$(8) \quad C = 2 \mathfrak{M} \mathfrak{F}^{2/3} /.$$

Les relations (7) et (8) sont valables si les couches-limites laminares et thermiques se sont développées librement. Nous avons vu que dans ce cas l'épaisseur des couches-limites dynamiques et thermiques est dans le rapport $\mathfrak{F}^{1/3}$ (RIBAUD).

3,3.1.2 CAS DU RÉGIME LAMINAIRE THERMIQUE ET DYNAMIQUE ÉTABLI ENTRE PLANS PARALLÈLES.

Pour l'écoulement entre deux plans parallèles, les épaisseurs des couches-limites thermiques et dynamiques sont obligatoirement les mêmes et égales à $\frac{d}{2}$.

L'équation (6) subsiste du fait de l'écoulement laminaire, mais on a, *même pour un fluide réel*, $K = 1$; les couches-limites ont la même épaisseur qui est la moitié de l'entre-lame. En supposant les profils des vitesses et des températures paraboliques, on calcule aisément les relations :

$$v_e = \frac{3}{2} v_m, \quad \theta_e = \frac{5}{4} \theta_m$$

et il vient, comme plus haut :

$$(9) \quad \Delta p = \frac{16}{15} \omega \mathfrak{F} \left(\frac{1}{2} \rho v_e^2 \right) /.$$

D'après nos essais, dont il sera question dans la suite, nous avons trouvé qu'en établissement de régime, la perte de charge, pour un débit donné (qui entraîne un échauffement constant), est bien proportionnelle à $\mathcal{F}^{2/3}$.

Il est par contre logique de trouver dans l'écoulement laminaire établi que la perte de charge est proportionnelle à $\mathcal{F}$.

Quand nous étudierons l'écoulement laminaire établi dans le tube circulaire, nous trouverons une relation très proche de l'équation (9).

NOTA. — Nous nous sommes bornés, dans le présent ouvrage, à donner quelques indications sur les pertes de charge et leurs relations générales avec l'échauffement, et nous envisageons d'entreprendre un travail plus complet à ce sujet.

ÉCOULEMENT DANS LES TUBES EN RÉGIME LAMINAIRE

PHÉNOMÈNE PHYSIQUE

Si un fluide aborde un conduit avec une vitesse d'ensemble v_0 à l'origine du tube, une couche-limite se développe sur les parois. La zone de vitesse uniforme diminue en même temps que cette vitesse augmente : à une section L cette zone est réduite à un point; la couche-limite occupe tout le tube (*fig. 5*).

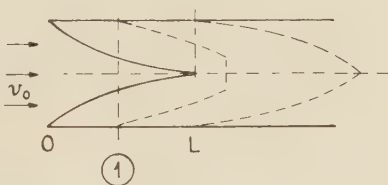


Fig. 5

Si l'écoulement a lieu dans un tube circulaire, on démontre facilement que la vitesse sur l'axe est :

$$v_e = 2 v_m$$

et la longueur expérimentale d'établissement du régime dynamique dans un tube est :

$$l_{0L} = 0,0288 d \mathcal{R} \quad (\text{ECKERT}).$$

Quelle que soit la section en aval de L , l'écoulement est uniforme : on est dans la zone d'écoulement laminaire établi.

ZONE D'ÉTABLISSEMENT DE RÉGIME (Tube circulaire)

Ce phénomène a été très bien étudié par LÉVÊQUE, à partir de la formation de la couche-limite.

Il a trouvé, en un point, à une distance x de l'origine, la valeur du nombre de Biot :

$$\mathcal{B}_x = 1,06 \left(\frac{x}{d} \frac{1}{\mathcal{R} \mathcal{X}} \right)^{-1/3}.$$

soit :

$$\mathcal{B}_{0x} = \frac{1}{x} \int_0^x \mathcal{B}_x dx = 1,59 \left(\frac{d}{x} \mathcal{R} \mathcal{F} \right)^{1/3};$$

on en tire :

$$\mathcal{M}_{0x} = 1,59 \left(\frac{d}{x} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{\mathcal{R} \mathcal{F}} \right)^{2/3}$$

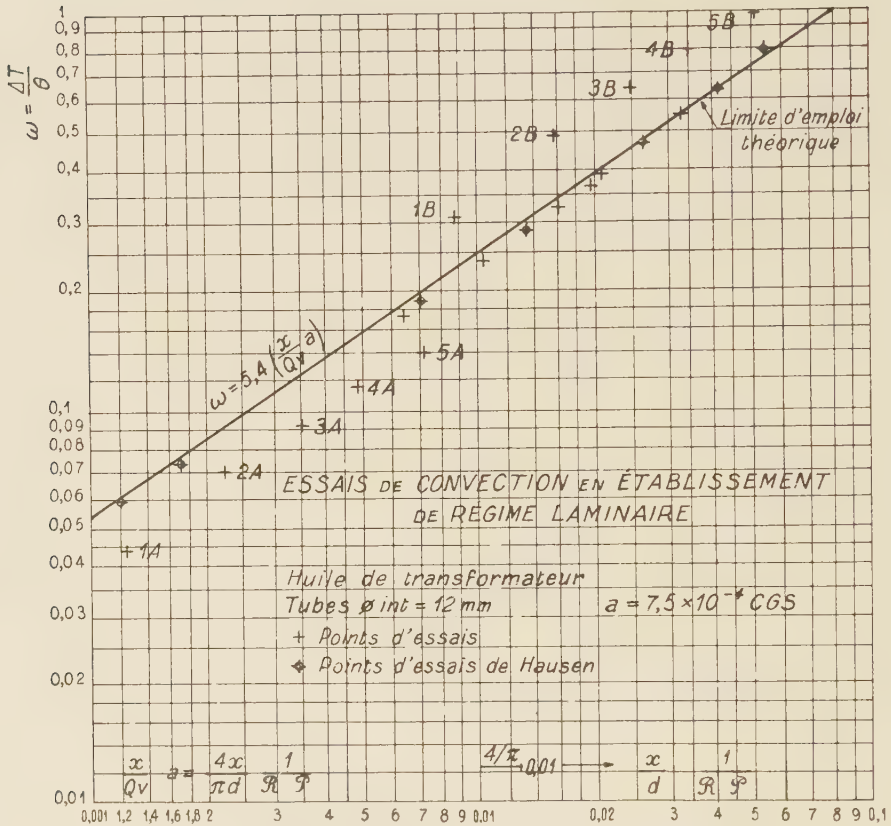


Fig. 6

et en remarquant que :

$$\frac{S}{\sigma} = \frac{4x}{d}$$

on a :

$$(10) \quad \omega_{0x} = 6,36 \left(\frac{x}{d \mathcal{R} \mathcal{F}} \right)^{2/3} / .$$

Cette formule est exploitable sous cette forme, mais, en considérant le débit-volume du fluide, on a :

$$Q_v = \frac{\pi}{4} d^2 v_m$$

et :

$$\frac{x}{d \Re \mathfrak{F}} = \frac{\pi x \lambda}{4 Q_v \rho c} = \frac{\pi x}{4 Q_v} a.$$

On en tire :

$$(10 \text{ bis}) \quad \omega_0 x = 5,4 \left(\frac{x}{Q_v} \cdot a \right)^{2/3}.$$

La formule sous cette forme est très facile à employer, et nous avons pu la vérifier avec une précision remarquable grâce à un montage industriel.

Ce résultat est confirmé avec la même précision par les essais de HAUSEN ⁽¹⁾ qui portent sur un domaine plus vaste et dont nous n'avons eu connaissance qu'après le dépouillement de nos essais (voir *fig. 6*).

4,1.1 Remarque sur la formule du régime laminaire non établi.

a) La diffusivité thermique qui indique les propriétés du fluide est, dans notre cas, peu variable avec la température (essai d'huile de transformateur). Cette quantité varie de 1 %, alors que la viscosité varie dans le rapport de 1 à 8. Il faut conclure que le flux de chaleur est indépendant du sens de la transmission (échauffement, refroidissement);

b) le diamètre du tube n'intervient pas dans la formule de l'échauffement, ce qui est d'un grand intérêt pratique et permet, dans la réalisation d'appareils calorifiques, de déterminer ce diamètre, soit pour obtenir une certaine perte de charge, soit, dans un échangeur à deux fluides, pour obtenir l'échange désiré avec le deuxième fluide;

c) la viscosité n'intervient pas, ce qui peut sembler surprenant, mais c'est normal, car l'échange se fait par conductivité pure.

4,1.2 Divergence des résultats classiques.

La plupart des résultats classiques font ressortir un coefficient d'échange plus important quand le fluide s'échauffe au contact de la paroi que lorsqu'il se refroidit. D'après nos essais, et d'après la formule théorique, la température de l'huile étudiée n'a pas d'effet sur l'échange thermique, si l'écoulement reste laminaire, bien que la viscosité puisse varier beaucoup.

4,1.3 Justification.

On peut chercher une cause à cet écart systématique d'essais dans un défaut assez fréquent d'expérience.

TEMPÉRATURE D'ENTRÉE.

On veut mesurer la température du corps visqueux à l'entrée et à la sortie de l'appareil d'échange (*fig. 7*). Il est fréquent que le fluide ait parcouru une importante

(1) ECKERT. — *The transfer of heat*, 1950 (*fig. 61*).

longueur de tube avant d'entrée dans l'appareil. On peut trouver des différences de température variant jusqu'à 40 % entre le métal et les différents filets de fluide, le régime correspondant étant laminaire établi.

Quelle que soit la forme de cette chambre de prise de température, une sonde de température sera normalement en contact à sa base avec la couche-limite du fluide, et celle-ci va se développer sur toute la sonde, et d'une façon presque indépendante de sa position dans le tube. On aura tendance à trouver ainsi une température d'entrée T_1 trop basse (si l'on procède au-dessus de l'ambiante). En conclusion, la température mesurée sera toujours celle de la couche-limite plus ou moins influencée par celle du liquide au point où l'on aurait voulu mesurer cette dernière.

TEMPÉRATURE DE SORTIE.

On cherche toujours à mesurer cette température le plus près possible de la sortie. Mais si l'on place à cet endroit le même dispositif qu'on a placé à la partie amont, on aura une température proche de la température à mesurer, car la couche-limite divisée par tous les tubes du faisceau n'est pas encore reconstituée.

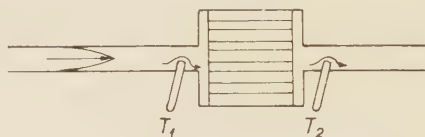


Fig. 7

On conçoit sans peine qu'un tel dispositif donne (pour les températures au-dessus de l'ambiante) des coefficients d'échauffement trop forts et trop faibles pour le refroidissement.

La formule théorique de Lévêque, que nous vérifions très bien, passe effectivement entre les courbes de Kraussold pour l'échauffement et le refroidissement (*fig. 8*).

4,1.4 Mode opératoire employé. (Mesures).

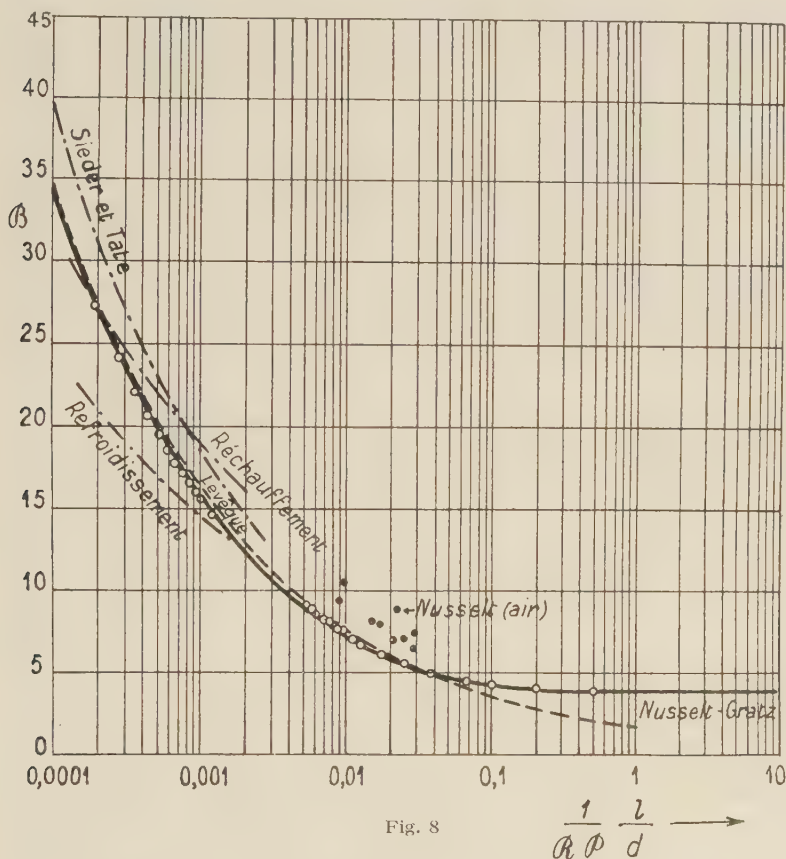
Dans une série d'essais que nous avons exécutés à l'O.N.E.R.A., nous avons d'abord résolu le problème en brassant l'huile à l'endroit où l'on prend sa température, ce qui ne se prêtait pas à tous les essais et était imprécis, car la vitesse de brassage avait une influence sur la température relevée (précision de 5 à 10 %). Nous avons alors amélioré la technique en faisant passer tout le débit d'huile dans un barillet de cuivre isolé thermiquement de l'extérieur, et dont on relève la température par un thermocouple, ce qui donne la température moyenne de l'huile.

Les mesures étaient faites avec un millivoltmètre donnant des lectures avec une précision relative de 1 %. Les mesures de débit-volume étaient faites par la lecture d'une colonne du fluide, indiquant la pression différentielle entre l'amont et l'aval d'un diaphragme. D'après les mesures que nous avons faites ⁽¹⁾ et les normes D.I.N. et A.F.N.O.R., la précision a été de l'ordre de 1 %.

(1) ROCHE, — *La mesure des débits d'air*, publication O.N.E.R.A., n° 30.

En étalonnant les différentes grandeurs, et par recoupement entre le flux de chaleur fourni électriquement et celui dispersé par l'huile, on a vérifié que les températures trouvées avec le barillet correspondaient bien aux températures moyennes de l'huile.

Les températures des tubes étaient prises par thermocouple dont l'un des éléments était le tube lui-même (cuivre-rouge).



Nous ne connaissons pas le montage expérimental de HAUSEN, mais il est certainement sensible et précis.

4,1.5 Remarques sur les établissements de régimes.

Dans tout cet ouvrage, nous avons toujours supposé que le régime était établi depuis le début, ou qu'il s'établissait simultanément du point de vue dynamique et thermique à l'entrée du tube.

Cette façon de voir, pour des appareils industriels, n'est pas toujours suffisante.

L'appareil d'essais (fig. 9) réalisé par la Société des Condenseurs Delas, pour l'étude des réfrigérants d'huile de transformateurs, dont nous avons déjà parlé 4,1,

était composé de sept rangées de quarante-trois tubes de cuivre 12/14 de 2 m de long, et conçu de façon à pouvoir faire circuler l'huile, soit en sept circulations de quarante-trois tubes, soit en une seule circulation de l'ensemble des tubes.

Nous avons vu l'excellente concordance avec la valeur théorique des résultats d'essais faits avec une seule circulation (points repérés +).

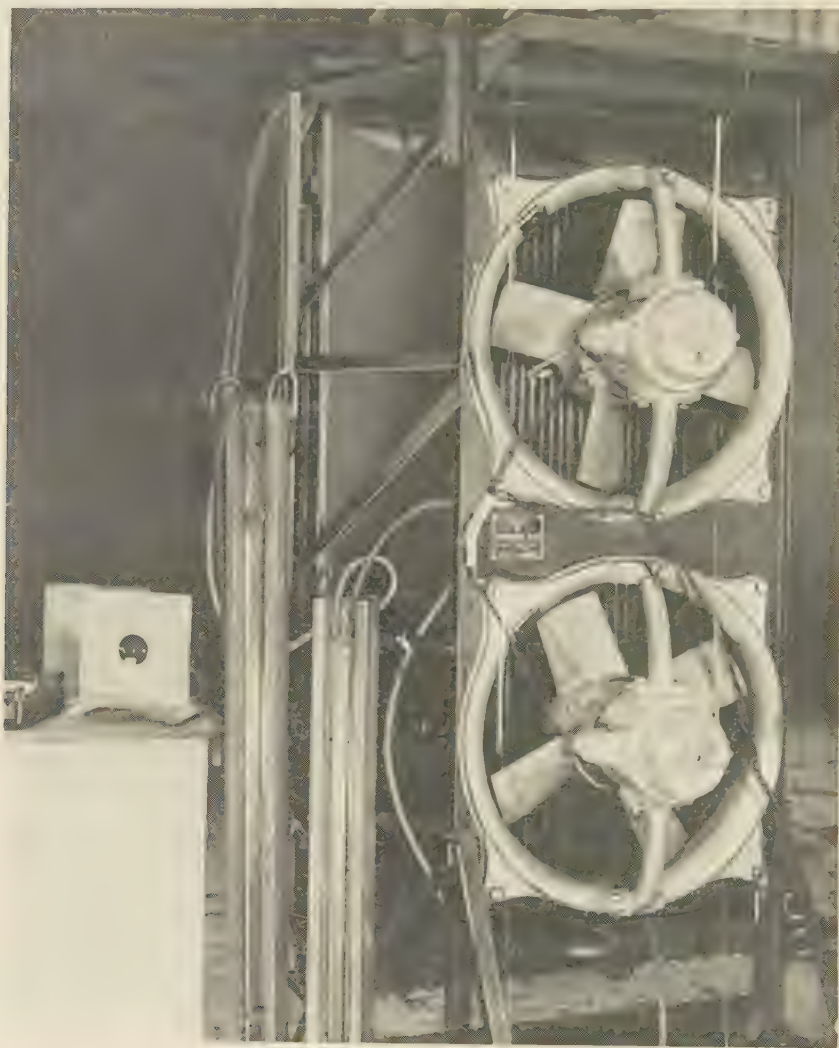


Fig. 9. — Aérofrigorant d'huile pour transformateur (S. C. Delas) de 7500 kW en cours d'essais.
Mesure de débit par diaphragme. Mesure des températures par thermocouple

Pour les points obtenus avec sept circulations dans les essais 1, 2, 3, 4 et 5, nous avons fait le dépouillement dans deux cas :

1° soit en calculant l'échauffement pour un tube, en supposant que le régime commence dynamiquement et thermiquement à l'entrée de chaque tube (points avec l'indice A);

2° soit en calculant l'échauffement global pour une série de quarante-trois tubes ayant une longueur de $7 \times 2 = 14$ m (points avec l'indice B).

La disposition des points A et B montre qu'aucune des deux interprétations du phénomène n'est exacte, mais que la réalité est intermédiaire : le régime laminaire a tendance à subsister et l'on ne peut considérer un établissement en régime thermique et dynamique que si le fluide est réellement mélangé entre chaque circulation.

Il est possible qu'il eût suffi de très peu de chose pour réaliser les établissements de régime. Dans le cas étudié, par exemple : circulations de quarante-trois, puis quarante-quatre tubes. Mais nous n'avons pas réalisé d'expérience dans ce sens.

4,2

COURANT LAMINAIRE ÉTABLI (Tube circulaire)

GRÄTZ et NUSSELT, puis MARGOULIS, ont démontré que, dans un écoulement laminaire avec régime thermique et dynamique établi, on a :

$$\beta = 3,66.$$

Les expériences de HAUSEN (déjà cité) tendent à montrer l'exactitude de cette constante.

Si l'on considère l'échauffement relatif pour une longueur de tube d , on a :

$$\omega_d = 4 \frac{\beta}{Re \cdot Pr}.$$

L'échauffement pour une longueur x serait :

$$\omega = 4 \frac{x}{d} \frac{\beta}{Re \cdot Pr},$$

soit :

$$\omega = \frac{\pi x}{Q_v} a \beta.$$

On obtient des formules semblables à celles obtenues dans l'établissement de régime (10) et (10 bis).

En remplaçant β par sa valeur, elles s'écrivent (régime établi à l'origine) :

$$(11) \quad \omega_{0x} = 14,6 \frac{x}{d} \frac{1}{Re \cdot Pr} \Bigg/ ;$$

$$(11 \text{ bis}) \quad \omega_{0x} = 11,5 \left(\frac{x}{Q_v} \cdot a \right) \Bigg/.$$

4,3

PERTE DE CHARGE EN RÉGIME ÉTABLI

Le coefficient de frottement d'un fluide en régime laminaire établi est parfaitement connu, tant théoriquement qu'expérimentalement, et l'on a :

$$\Delta p = K \frac{S}{\sigma} \left(\frac{1}{2} \rho v_m^2 \right),$$

avec :

$$K = \frac{16}{\pi},$$

d'où la perte de charge pour la longueur x (régime établi à l'origine) :

$$\Delta p = \frac{64 x}{\pi d} \left(\frac{1}{2} \rho v_m^2 \right),$$

soit :

$$(12) \quad \Delta p = 4,37 \mathcal{E} \omega \left(\frac{1}{2} \rho v_m^2 \right) /;$$

et en tenant compte de :

$$v_e = 2 v_m,$$

on peut l'écrire :

$$(12 \text{ bis}) \quad \Delta p = 1,09 \mathcal{E} \omega \left(\frac{1}{2} \rho v_e^2 \right) /.$$

En se reportant à l'équation (9) obtenue théoriquement dans le cas du double plan, on voit que les formules (9) et (12 bis) sont confondues à 3 % près. Nous reviendrons dans la suite sur cette propriété pour l'uniformisation des formules relatives à l'écoulement laminaire par l'emploi des caractéristiques « efficaces » (§ 6,4.3).

4,4

PERTE DE CHARGE EN RÉGIME NON ÉTABLI

L'étude expérimentale du phénomène a été faite par SCHILLER.

La perte de charge depuis l'entrée d'un tube jusqu'à une zone où le régime est établi s'écrit :

$$\Delta p = \left(2,16 + \frac{64 x}{\pi d} \right) \frac{1}{2} \rho v_m^2.$$

Si l'on remarque que la vitesse maxima atteinte par le fluide est :

$$v_e = 2 v_m,$$

la perte de charge due à sa mise en vitesse serait :

$$4 \times \frac{1}{2} \rho v_m^2,$$

et la perte de charge due au frottement à l'entrée d'un tube serait donc plus faible que celle observée en régime établi.

Ceci est évident si l'on considère que le frottement a lieu dans la couche-limite laminaire et que cette dernière est d'autant plus mince que l'on est près de l'entrée.

4.4.1 Essais en établissement de régime.

Nous avons fait des essais de perte de charge en même temps que les essais dont il a été question, au point de vue thermique, pour l'écoulement laminaire non établi.

Ces essais, faits avec de l'huile à différentes températures, ont montré que pour un même débit ω était indépendant de la température [formule (10 bis)].

En corrigeant les pertes de charge lues des différentes pertes singulières pour mise en vitesse, il a bien semblé que les pertes de charge variaient comme $\mathfrak{F}^{2/3}$, ainsi que le veut la formule théorique (8).

Des mesures ultérieures tendant à déterminer ces pertes de charge ont confirmé le résultat précédent. Ce résultat, prévu du reste par RIBAUD, s'explique par le raisonnement fait en 3.3.1 qui est valable, tant que la couche-limite n'est pas trop importante.

4.5

ÉTABLISSEMENT DE RÉGIME

(Théorie d'ensemble)

Nous avons vu (4.3.2) que SCHILLER donnait pour la perte de charge, à partir de l'entrée d'un tube jusqu'à une section où le régime est établi, la formule :

$$(13) \quad \Delta p = \left(2,16 + \frac{64 e}{\mathfrak{R} d} \right) \frac{1}{2} \rho v_m^2$$

faisant apparaître un supplément de perte de charge due à l'entrée et à la mise en vitesse, qui est :

$$2,16 \times \frac{1}{2} \rho v_m^2.$$

Du fait de la similitude entre l'échauffement et la perte de charge, nous pouvons chercher une formule du même ordre.

4.5.1 Longueur de l'établissement de régime.

Le début du tube où le fluide est en établissement de régime thermique et dynamique, étant plus efficace que le régime établi, on peut caractériser l'établissement de

régime par l'abscisse où les échauffements unitaires en régime établi et non établi sont égaux.

Et l'on a :

$$4 \times 1,06 \left(\frac{x}{d} \cdot \frac{1}{R \mathcal{E}} \right)^{2/3} = 14,6 \frac{x}{d} \cdot \frac{1}{R \mathcal{E}},$$

d'où :

$$\left(\frac{x}{d} \cdot \frac{1}{R \mathcal{E}} \right)^{1/3} = \frac{1}{3,44},$$

et :

$$(14) \quad \frac{x}{d} \frac{1}{R \mathcal{E}} = \frac{1}{40} = 0,025 \left/ \right.$$

L'établissement de régime dynamique ayant lieu pour :

$$\frac{x}{d R} = 0,0288 \quad (\text{ECKERT}),$$

ces données sont homogènes pour les gaz et certains liquides, où :

$$\mathcal{E} \neq 1.$$

4,5.2 Établissement de régime caractérisé par l'échauffement relatif.

Si l'on retient comme zone d'établissement de régime thermique la zone définie par la formule (14), l'échauffement dans cette zone serait :

$$\omega = 6,35 \left(\frac{1}{40} \right)^{2/3} = 0,53.$$

Cet échauffement relatif est ainsi une constante qui détermine, quel que soit le fluide, le début de la transmission de chaleur en régime établi.

4,5.3 Formule de l'échauffement quand le régime est établi à la fin du parcours.

Si le régime avait été établi depuis le début, l'échauffement dans la zone d'établissement aurait été :

$$\omega = 14,6 \times 0,025 = 0,36.$$

On a donc, du fait de l'établissement de régime, un échauffement supplémentaire :

$$0,53 - 0,36 = 0,17.$$

Si le régime est établi à la fin du tube, l'échauffement global peut s'écrire :

$$(15) \quad \omega_{0x} = 0,17 + 14,6 \frac{x}{d R \mathcal{E}} \left/ \right.$$

ou encore :

$$(15 \text{ bis}) \quad \underline{\omega_{0x} = 0,17 + 11,5 \left(\frac{x}{Q_v} a \right) /}.$$

On voit la similitude de ces dernières formules avec la formule (13).

En en extrayant les termes constants, on a :

— échauffement excédentaire = 0,17;

— perte de charge excédentaire = $2,16 \left(\frac{1}{2} \rho v_m^2 \right)$.

Il ne peut être question de comparer directement ces deux valeurs qui sont valables : l'une pour la zone d'établissement de régime thermique, l'autre pour la zone d'établissement de régime dynamique. Ces deux zones sont normalement distinctes; de plus, la perte de charge précédente comprend les variations de pression dynamique, ce qui peut inverser le phénomène.

ÉCOULEMENT DANS LES TUBES EN RÉGIME TURBULENT

5,0

PHÉNOMÈNE PHYSIQUE

Quand un fluide animé d'une vitesse uniforme entre dans un tube, on aura, dans le cas général, un écoulement représenté par la *figure 10*.

Première zone.

De l'origine jusqu'au plan A on a un épaissement progressif de la couche-limite laminaire, et ce mode d'écoulement existe toujours, quel que soit l'écoulement ultérieur laminaire ou turbulent.

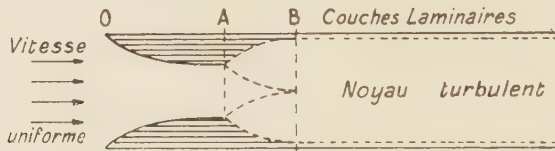


Fig. 10

Il peut se faire que le plan A n'existe pas si la couche laminaire se referme à partir d'un point L, et l'on a un régime laminaire établi (voir chap. 4).

Deuxième zone.

Entre les plans A et B, on a, à la fois :

- a) l'écoulement non perturbé;
- b) une couche-limite turbulente qui augmente rapidement;
- c) une couche-limite laminaire secondaire.

Cette région de transition n'est pas très connue en général. Sa position et son importance dépendent des conditions amont du courant (degrés de turbulence en particulier).

Troisième zone.

Après le plan B, la répartition de vitesse et de température reste constante (autant que les caractéristiques du fluide ne varient pas trop avec la température).

C'est cette zone qu'on tend à réaliser le plus souvent dans les appareils thermiques industriels, et elle est fort bien connue à tous points de vue : c'est la zone d'écoulement turbulent établie.

5,1

GÉNÉRALITÉS SUR LES PHÉNOMÈNES THERMIQUES EN ÉCOULEMENT TURBULENT

En régime turbulent, le phénomène de convection intéresse seulement la couche-limite, et non l'ensemble du fluide comme en régime laminaire.

La valeur des coefficients d'échange de chaleur est liée à l'épaisseur de cette couche-limite, qui dépend elle-même surtout de la viscosité, donc de la température.

Les formules données ci-après sont valables, tant pour l'échauffement que pour le refroidissement, à condition d'employer les propriétés physiques du fluide existant dans la couche-limite.

Pour une température moyenne du fluide identique, la température de couche-limite sera supérieure dans le cas de l'échauffement, inférieure dans le cas du refroidissement, d'où les différences constatées expérimentalement.

5,2

RÉGIME TURBULENT ÉTABLI DANS UN TUBE CYLINDRIQUE

Ce phénomène est bien connu et c'est la base de la majeure partie des appareils thermiques industriels.

MAC'ADAMS indique qu'entre des nombres de Reynolds étendus (5 000 à 200 000), la perte de charge dans un tube lisse peut être donnée par :

$$(16) \quad \Delta p = \frac{x}{d} \frac{4 \times 0,046}{\mathcal{R}^{0,2}} \frac{1}{2} \rho v_m^2$$

alors que, en régime établi, on a pour la transmission de chaleur l'équation de Colburn :

$$(17) \quad \mathcal{B} = 0,023 \mathcal{R}^{0,8} \mathcal{F}^{1/3},$$

d'où :

$$\mathcal{M} = 0,023 \mathcal{R}^{-0,2} \mathcal{F}^{-2/3},$$

et :

$$\omega_d = \frac{4 \pi d^2}{\pi d^2} \times 0,023 \mathcal{R}^{-0,2} \mathcal{F}^{-2/3}.$$

L'échauffement, pour une longueur égale au diamètre, est :

$$(17 \text{ bis}) \quad \underline{\omega_d = 0,092 \mathcal{R}^{-0,2} \mathcal{F}^{-2/3} /},$$

et en tenant compte de (16), on trouve, pour une longueur quelconque :

$$\Delta p = 2 \omega \mathcal{F}^{2/3} \left(\frac{1}{2} \rho v^2 \right).$$

On retrouve ainsi la relation générale établie plus haut, équation (7), dans le cas de l'écoulement turbulent.

Les relations (16) et (17) étant expérimentales, on démontre ainsi la validité du raisonnement fait en 3,3.1, ainsi que la valeur de ces relations.

5,2.1 Comparaison avec les résultats en laminaire.

Si l'on compare les équations donnant l'échauffement dans les différents régimes (10), (11) et (17 *bis*), on remarque que l'exposant du nombre de Prandtl est — 1 pour le laminaire établi, alors qu'il est — 2/3 pour l'établissement de régime laminaire et le turbulent établi.

L'explication en est fort aisée : dans l'écoulement laminaire établi, l'épaisseur de la couche-limite, tant laminaire que thermique, est égale au rayon, alors que dans les deux autres cas ces épaisseurs sont différentes et leur rapport est $\mathcal{P}^{1/3}$. C'est ce que nous avons écrit par l'équation (6).

5,3 ÉTABLISSEMENT DE RÉGIME EN ÉCOULEMENT TURBULENT

Des expériences de NUSSELT et de MARGOULIS ⁽¹⁾, qui intéressent les deux premières zones d'établissement du régime, on peut tirer :

$$\omega_{0x} = 0,14 \left(\frac{x}{d} \mathcal{R}^{0,25} \right)^{0,85} \mathcal{P}^{-2/3}.$$

Cette relation est valable pour un régime non établi caractérisé par :

$$\frac{x}{d} \mathcal{R}^{0,25} < 0,5,$$

mais il est difficile pour nous d'en tirer parti, ne connaissant pas les conditions d'essais ni leurs résultats bruts.

5,4 RÉGION LAMINAIRE D'ÉTABLISSEMENT DU RÉGIME

Dans la première région (OA), on peut employer les formules établies pour l'écoulement laminaire dans sa zone d'établissement, mais il faut tenir compte du fait que l'épaisseur de la couche-limite est très faible par rapport au diamètre, ce qui n'était pas le cas en laminaire. La vitesse et la température efficaces seront ainsi constamment égales à la vitesse et à la température moyennes.

(1) MARGOULIS. — *Chaleur et industrie* (voir référ.).

L'épaisseur de la couche-limite à une distance x du bord d'attaque d'un plan est (fig. 11) :

$$\delta = 4,92 \sqrt{\frac{v x}{v}} \quad (1)$$

la couche-limite étant définie comme le lieu des points où la vitesse est 99 % de la vitesse maximum (v étant la vitesse maximum).

Si nous considérons maintenant que la surface n'est pas un plan mais la surface proche du bord d'attaque d'un tube et si nous voulons respecter la relation :

$$v_m = v_e,$$

il faudra prendre l'épaisseur de la couche-limite plus faible.

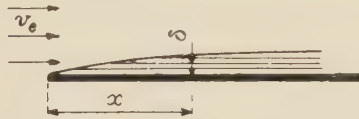


Fig. 11

Si l'on veut faire correspondre la formule avec celle calculée par RIBAUD (XL, § 30) et ECKERT, on prendra (ce qui correspond à la remarque précédente) :

$$\delta = 4,65 \sqrt{\frac{v x}{v_e}},$$

d'où l'on tire avec $\alpha = \frac{2 \lambda}{\delta}$:

$$\beta_x = 0,43 d \sqrt{\frac{v_e}{v x}} \mathcal{E}^{1/3},$$

avec :

$$\beta_{0x} = \frac{1}{x} \int_0^x \beta_x dx = 2 \beta_x,$$

et :

$$\mathcal{M}_{0x} = \frac{\beta_{0x}}{\mathcal{R} \mathcal{E}};$$

on a :

$$(18) \quad \omega_{0x} = \frac{S}{\sigma} 0,860 \sqrt{\frac{d}{x} \mathcal{R}^{-0,5} \mathcal{E}^{-2/3}}.$$

Nous ne possédons pas de données sur ce régime pour l'écoulement dans les tubes, mais nous vérifierons cette formule dans l'écoulement entre plans parallèles.

(1) REBUFFET. — *Aérodynamique expérimentale*.

5,5

POINTS D'ÉTABLISSEMENT DE RÉGIME

5,5.1 Régime dynamique.

Nous savons, d'après les expériences aérodynamiques, que les zones repérées au paragraphe 5,0 par A et B dépendent en réalité de « l'histoire » du courant à l'amont du point considéré (degrés de turbulence), et que le nombre de Reynolds de transition rapporté à la distance OA peut varier beaucoup, suivant les caractéristiques de la veine fluide.

Il faut cependant remarquer que dans les échangeurs industriels, la veine est souvent très turbulente. Le Reynolds critique serait ainsi de l'ordre de 2 300.

On aurait alors la longueur OA par l'équation :

$$x = \frac{2300 \nu}{v_e}.$$

5,5.2 Régime thermique.

En remarquant que les coefficients d'échanges trouvés expérimentalement vont en décroissant depuis l'origine jusqu'au point où le régime est établi, on peut alors appliquer un raisonnement analogue à celui que nous avons suivi pour l'écoulement laminaire. En égalant les échauffements ponctuels, on détermine le point de transition calorifique (x , abscisse de ce point) :

$$x \omega_x = \frac{S}{\sigma} 0,430 \sqrt{\frac{d}{x}} R^{-0,5} P^{-2/3},$$

et :

$$\omega_{0x} = \frac{S}{\sigma} 0,023 R^{-0,2} P^{-2/3},$$

soit :

$$\underline{R^{0,3} \left(\frac{x}{d} \right)^{0,5} = 18,5}.$$

Si l'on compare cette relation donnant une longueur d'établissement de régime avec la formule trouvée par NUSSELT :

$$\frac{x}{d} R^{-0,25} = 0,25,$$

on constate que ces deux formules définissent la même valeur de x pour $R = 5\,000$ (les points d'essais de NUSSELT correspondent à des nombres de Reynolds un peu plus grands).

5,6

FORMULE GÉNÉRALE EN ÉCOULEMENT TURBULENT

Si l'on se reporte au paragraphe 5,4, on voit que l'on peut effectuer les calculs en supposant le régime turbulent établi et en augmentant la longueur du tube de la longueur définie plus haut.

Car on a :

$$\omega_{0x} = 2 x \omega_x.$$

Il vient :

$$(19) \quad \omega_{0x} = \frac{x}{d} \left[0,092 R^{-0,2} x^{-2/3} + 32 R^{-0,8} x^{-2/3} \right].$$

La valeur maxima du supplément d'échauffement (pour $R = 2\,300$) serait :

$$d \omega = 0,064 x^{-2/3} \quad (1).$$

Cette valeur ne serait plus pour $R = 20\,000$ que :

$$d \omega = 0,0015 x^{-2/3}.$$

On voit que l'influence de l'établissement de régime ne se fera sentir que dans le cas très particulier de l'écoulement turbulent aux faibles nombres de Reynolds. C'est ce qui explique qu'elle est souvent négligée.

N. B. — Il faut remarquer que ce qui précède n'est donné qu'à titre d'approximation : nous avons en effet négligé la deuxième zone (zone intermédiaire) et avons rejoint simplement la zone laminaire avec la zone turbulente, ce qui est physiquement inexact.

(1) En exploitant directement les résultats de NUSSELT et MARGOULIS donnés par ce dernier, on trouve un supplément d'échauffement indépendant de R qui est $0,04 x^{-2/3}$. Mais l'exposant du nombre de Reynolds en régime établi serait alors — 0,25.

ÉCOULEMENT ENTRE PLANS PARALLÈLES (TUBES APLATIS)

Nous étudierons dans ce chapitre les phénomènes de convection qui se présentent dans une gaine ayant une dimension privilégiée, faible devant les autres.

6,1

DIAMÈTRE ÉQUIVALENT DES CONDUITES

L'hydrodynamique a mis en honneur la notion de diamètre équivalent, qui se justifie ainsi :

— on peut remarquer que les régimes d'écoulement sont identiques pour un même fluide s'écoulant avec la même vitesse dans un conduit circulaire et dans un conduit carré de côté égal au diamètre du précédent (d); on constate que la longueur qui caractérise chacune de ces deux sections est d qui, dans les deux cas, est égal à $\frac{4\sigma}{p}$:

σ = surface de la section;

p = périmètre de la section.

Il est bien évident que cette notion de diamètre équivalent, qui a rendu de grands services en hydraulique, peut en rendre dans les mêmes conditions pour la transmission de la chaleur. Mais nous croyons qu'il est prudent d'en limiter l'emploi aux cas des sections proches du cercle ou du carré, sections qui ont servi à l'introduire.

6,2

TUBES APLATIS — FENTES CIRCULAIRES

BECKER a montré, en 1907 ⁽¹⁾, que la vitesse critique apparaît, pour un écoulement à travers une fente circulaire, pour la même vitesse qu'à travers un tube de diamètre égal à la largeur de la fente.

Le nombre de Reynolds critique étant en principe constant, la longueur caractéristique à considérer pour une telle fente est donc son épaisseur et non le double que l'on prendrait en appliquant la notion précédente de diamètre équivalent.

Cette façon de procéder se justifie très facilement du point de vue hydraulique. Le régime d'écoulement est en effet modifié quand les couches-limites attachées à chaque paroi se rejoignent, et la distance caractéristique est bien ainsi l'épaisseur du tube aplati et non son diamètre équivalent.

(1) Z.V.D.I., 1907, p. 1133.

6,3

EXPÉRIENCES THERMIQUES

Beaucoup d'expériences thermiques connues ont été exploitées en se référant à la différence de température moyenne algébrique, entre le fluide et la paroi. Si l'on se place dans ces conditions, et si l'on suppose le parcours assez long, la température moyenne du fluide est alors très proche de la température des parois et l'on a une valeur limite qui est :

$$\mathfrak{B} = \frac{\alpha D}{\lambda} = \frac{2 qc}{\pi \lambda L}.$$

Donc, si $L \rightarrow \infty$ on voit que $\mathfrak{B} \rightarrow 0$.

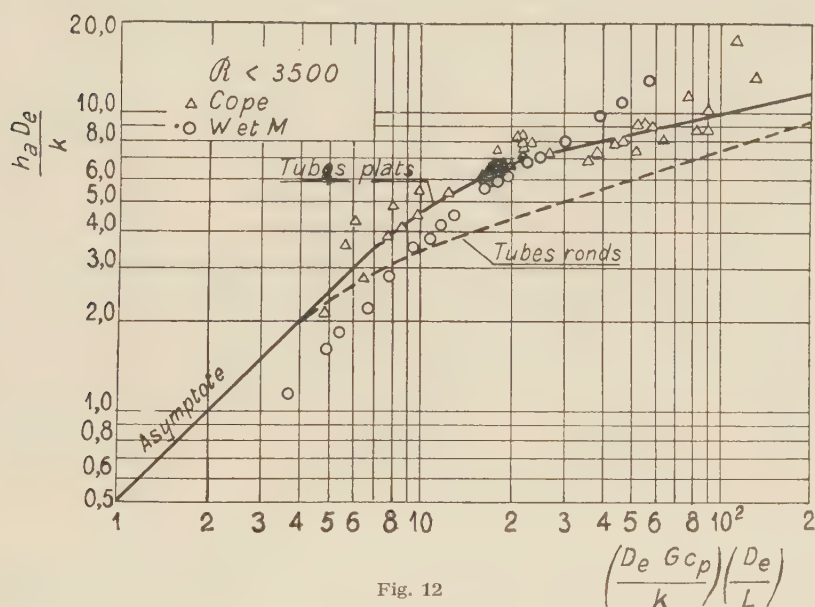


Fig. 12

Or, d'après le paragraphe 4,2, nous avons vu qu'avec une définition de $\mathfrak{B}$ plus physique, on a :

$$\mathfrak{B}_{(\text{limite})} = 3,66.$$

Si l'on considère dans ces conditions la figure 12 du livre de MAC'ADAMS, on voit qu'une seule série d'expériences est homogène : celle de WASHINGTON et MARKS, et qu'elle est bien représentée par la courbe théorique avec $d = \frac{D_e}{2}$.

Ces expériences étant faites avec des tubes aplatis dont le rapport des côtés est compris entre 8 et 20, ont sensiblement comme distance entre plans : $\frac{D_e}{2}$ (D_e étant le diamètre équivalent).

6,4 **COMPARAISON DES PERTES DE CHARGE**
DANS LES TUBES CIRCULAIRES ET ENTRE PLANS PARALLÈLES
EN RÉGIME LAMINAIRE

Cette question a été complètement traitée par RIBAUD (XL, § 20) et nous partirons de ses résultats que nous transformerons.

6,4.1 **Tube circulaire (ou carré ?)**

On a :

$$\Delta p = \frac{x}{d} \frac{64}{\Re_m} \left(\frac{1}{2} \rho v_m^2 \right).$$

Si nous considérons la vitesse efficace au lieu de la vitesse moyenne avec :

$$v_e = 2 v_m,$$

on a :

$$\Delta p = \frac{x}{d} \frac{32}{\Re_{ed}} \left(\frac{1}{2} \rho v_e^2 \right).$$

6,4.2 **Entre-plans parallèles.**

On a :

$$\Delta p = \frac{x}{d} \frac{24}{\Re_{md}} \left(\frac{1}{2} \rho v_m^2 \right).$$

En introduisant la vitesse efficace (maximum) :

$$v_e = \frac{3}{2} v_m,$$

on a :

$$\Delta p = \frac{x}{d} \cdot \frac{16}{\Re_{ed}} \left(\frac{1}{2} \rho v_e^2 \right).$$

6,4.3 **Uniformisation des formules de perte de charge.**

Introduisons la surface de frottement rapportée à la section de passage du fluide (ce rapport nous a déjà servi pour passer du nombre de Margoulis à la valeur de l'échauffement relatif). On a alors pour le tube :

$$\frac{S}{\sigma} = 4 \frac{x}{d}.$$

Pour l'écoulement entre plans parallèles :

$$\frac{S}{\sigma} = 2 \frac{x}{d}.$$

On peut alors écrire les formules relatives aux tubes circulaires et à l'entre-plan dans la forme unique :

$$(20) \quad \Delta p = \frac{S}{\sigma} \frac{8}{Re} \frac{1}{2} \rho v_e^2 \Bigg/.$$

Cette formule sera évidemment valable dans le cas des tubes aplatis. La distance caractéristique du nombre de Reynolds est toujours la largeur minimum du tube. La vitesse efficace est facile à déterminer si l'on admet que la vitesse efficace pour un tube carré est le double de la vitesse moyenne.

6,5 UTILISATION DES RELATIONS PERTES DE CHARGE-ÉCHAUFFEMENT (Écoulement laminaire)

Si nous examinons les relations déjà trouvées entre la perte de charge et l'échauffement en régime établi, nous avons, pour les plans parallèles :

$$(9) \quad \Delta p = \frac{16}{15} \cdot \omega \mathcal{E} \left(\frac{1}{2} \rho v_e^2 \right),$$

et pour le tube circulaire :

$$(12 \text{ bis}) \quad \Delta p = 1,09 \omega \mathcal{E} \left(\frac{1}{2} \rho v_e^2 \right).$$

On peut négliger la différence de 2 % qui sépare ces deux formules, dont l'une (12 bis), est obtenue par un développement en série. Les expériences qui confirment la formule (12 bis) ayant rarement une précision de 2 %, on admettra l'identité de (9) et (12 bis) et l'on emploiera la formule (9).

Nous venons de voir (§ 6,4.3) que la perte de charge peut s'exprimer d'une façon unique pour le tube et l'entre-plan, relation (20). On en tire, en reportant dans (9), une équation valable pour le tube et l'entre-plan, en régime laminaire établi :

$$(21) \quad \omega = 7,5 \frac{S}{\sigma} Re^{-1} \mathcal{E}^{-1} \Bigg/.$$

NOTA. — On sait que dans l'écoulement laminaire établi entre plans parallèles on a :

$$\alpha_e = \frac{4 \lambda}{d} \quad \text{soit} \quad Re = 4 \quad (\text{RIBAUD XL, §§ 25-26}),$$

d'où :

$$\mathcal{M}_e = \frac{4}{\mathcal{R} \mathcal{E}}$$

et :

$$\omega_e = 4 \frac{S}{\sigma} \mathcal{R}^{-1} \mathcal{E}^{-1};$$

ayant $\mathcal{R}_e = \frac{3}{2} \mathcal{R}$:

$$\omega_e = 6 \frac{S}{\sigma} \mathcal{R}_e^{-1} \mathcal{E}^{-1}.$$

Si l'on remarque que cette dernière formule est établie, par rapport à la différence de température efficace (maxima) θ_e , et que l'on a (§ 3,3.2) :

$$\theta_e = \frac{5}{4} \theta_m,$$

on voit que la formule précédente est équivalente à la formule (21).

On a de même pour l'écoulement dans un tube :

$$\mathcal{R} = 3,66,$$

d'où :

$$\omega = 3,66 \frac{S}{\sigma} \mathcal{R}^{-1} \mathcal{E}^{-1},$$

et avec $\mathcal{R}_e = 2 \mathcal{R}$ on retrouve (21) à 2 % près.

6,6

ÉCOULEMENT TURBULENT

Le même raisonnement peut sans difficulté s'étendre aux écoulements turbulents, les vitesse et température efficaces ayant sensiblement la valeur des vitesse et température moyennes.

La formule d'échauffement se met sous la forme :

$$(22) \quad \omega = \frac{S}{\sigma} 0,023 \mathcal{R}^{-0,2} \mathcal{E}^{-2/3} \Bigg/.$$

On peut objecter à cette façon de voir le problème, que les résultats d'essais sur tubes aplatis ont confirmé la formule générale, en prenant comme longueur caractéristique :

$$d = \frac{4 \sigma}{p}$$

pour :

$$\mathcal{R} > 15\,000.$$

Il faut remarquer que d entre dans la formule avec la puissance 0,2. Si l'on prend pour d une valeur double, l'erreur finale sera, dans le rapport :

$$2^{0,2} = 1,15,$$

soit 15 %.

La précision des résultats en question étant à peine de cet ordre, le recoupement peut sembler bon.

6,7

RÉGIME LAMINAIRE

Pour étudier le problème de la convection en établissement de régime laminaire, on pourrait partir de la formation de la couche-limite, ainsi qu'il est fait pour le début de l'écoulement turbulent (§ 5,4). Il faudrait tenir compte dans le cas présent du fait que v_e varie avec x et passe de v_m à $\frac{3}{2} v_m$.

6,8

CAS GÉNÉRAL

6,8.1 Écoulement laminaire.

On pourrait, sans faire le calcul indiqué plus haut, se servir de la similitude des formules d'échauffement exprimées avec $\frac{S}{\sigma}$ et les vitesses efficaces.

On avait, pour le tube, la relation (15) :

$$\omega_{0x} = 0,17 + 14,6 \frac{x}{d} Re^{-1} Pr^{-1},$$

ce qui s'écrit :

$$(15 \text{ ter}) \quad \omega_{0x} = 0,17 + 7,3 \frac{S}{\sigma} Re^{-1} Pr^{-1} /$$

Pour une section rectangulaire assez allongée, cette formule s'écrit :

$$(23) \quad \omega_{0x} = 0,17 \frac{1+m}{2} \cdot \frac{5}{6} + 14,6 (1+m) \frac{x}{d} Re^{-1} Pr^{-1} /$$

Dans un entre-plan indéfini ($m = 0$), la formule devient, avec les constantes de la formule (21) :

$$\omega_{0x} = 0,07 + 9,7 \frac{x}{d} Re^{-1} Pr^{-1}.$$

En réalité, d'après nos essais (§ 10,4), la formule qui semble s'appliquer donnerait à l'échauffement une valeur moitié :

$$(24) \quad \omega_{0x} = 0,07 + 4,8 \frac{x}{d} Re^{-1} Pr^{-1} /$$

Un raisonnement approximatif rend compte de cette formule.

Considérons une bande d'entre-plan dont la largeur soit égale à d .

Nous pouvons imaginer qu'un tel conduit est la moitié d'un tube carré, le rapport $\frac{S}{\sigma}$ étant $\frac{1}{2}$ du même rapport pour le tube complet, alors que celui de la température maximum à la température moyenne, qui était de $\frac{3}{2}$ dans le tube, reste $\frac{5}{4}$ comme pour l'entre-plan.

Le rapport des températures maximum sera ainsi de $\frac{5}{6}$.

En considérant que la théorie veut que le nombre de Biot rapporté à la température maximum du fluide s'écoulant entre deux plans parallèles ou dans un tube circulaire, reste le même (RIBAUD XL, §§ 25-26).

L'échauffement relatif dans le tube étant :

$$(11 \text{ bis}) \quad \omega_{0x} = 11,5 \left(\frac{x}{Q_v} \cdot a \right)$$

devient dans l'entre-plan (régime établi) :

$$\omega_{0x} = 11,5 \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} \left(\frac{xa}{Q'_v} \right),$$

soit :

$$\omega_{0x} = 4,8 \left(\frac{xa}{Q'_v} \right) = 4,8 \frac{x}{d} \mathcal{R}^{-1} \mathcal{T}^{-1}.$$

En tenant compte des conditions d'essais signalés en 10,4.2, on vérifie que la formule (24 bis) est d'une excellente application, tant que les essais gardent leur précision.

Il faut rapprocher le résultat de celui signalé par RIBAUD (XL, § 36) pour l'écoulement laminaire dans un tube :

$$\mathcal{R}_e = 4 \quad (\text{similitude}) \quad \text{et} \quad \mathcal{R}_e = 2,4 \quad (\text{LÉVÊQUE, NUSSELT}).$$

6,8.2 Écoulement turbulent.

On a, sans difficulté, à partir de l'équation (19) ($v_m = v_e$), la relation suivante :

$$(25) \quad \omega_{0x} = \left(16 (1 + m) \mathcal{R}^{-0,8} + \frac{S}{\sigma} 0,023 \mathcal{R}^{-0,2} \right) \mathcal{T}^{-2/3} /$$

6,9

VÉRIFICATION

Les formules (24) et (25) seront appliquées au paragraphe 10, lorsque nous étudierons les essais industriels de radiateurs que nous avons effectués. Ces résultats recourent les formules précédentes à la précision des mesures effectuées.

Une partie de l'écoulement assez étroite reste indéterminée pour la zone laminaire proche du régime de transition.

Le régime, dit « de transition », n'a pas apparu en général, mais nous avons trouvé, au contraire, dans certaines zones de régime, la possibilité d'un écoulement laminaire ou d'un écoulement turbulent; suivant la façon dont on faisait varier le régime, on a observé une espèce d'inertie du changement de régime.

D'autre part, les deux régimes observés ont eu des caractéristiques thermiques nettement différentes. (On constate un phénomène identique en mécanique des fluides.)

ÉCOULEMENT PERPENDICULAIRE A UN FAISCEAU DE TUBES

7,0

PHÉNOMÈNE PHYSIQUE

L'écoulement d'un fluide autour d'un tube transversal est caractérisé par trois régimes d'écoulement principaux :

1^o régime laminaire sans remous, qui a été observé (*fig. 13*) (REBUFFET, *Aérodynamique expérimentale*) pour :

$$\mathcal{R} < 40 ;$$

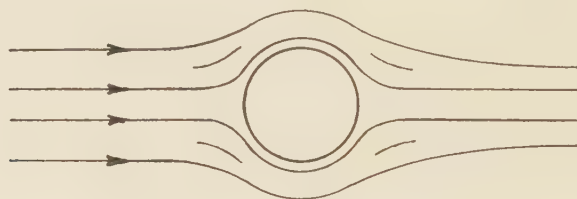


Fig. 13

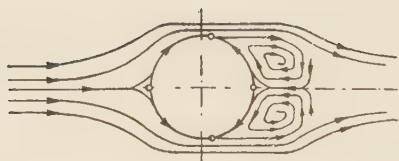


Fig. 14

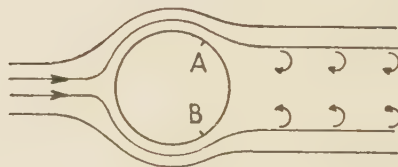


Fig. 15

2^o régime de transition avec sillage laminaire (sillage en cœur) (*fig. 14*) pour :

$$40 < \mathcal{R} < 3\,000$$

(tourbillons alternés à la limite);

3^o régime franchement turbulent, avec sillage turbulent (*fig. 15*) pour :

$$3\,000 < \mathcal{R} < 130\,000 ;$$

4^o les points A et B reculent beaucoup; le sillage est plus étroit :

$$130\,000 < \mathcal{R} < 400\,000.$$

7,1

TRANSMISSION DE CHALEUR AVEC ÉCOULEMENT DU FLUIDE NORMAL A UN TUBE

Les travaux sur ce point sont assez nombreux, mais on a parfois comparé des résultats sans tenir compte du mode d'écoulement défini plus haut, ce qui a fait conclure quelquefois qu'ils se contredisaient.

En tenant compte du fait que le régime thermique n'est jamais établi, on choisit comme exposant du nombre de Prandtl — $2/3$, qui a été vérifié plus haut pour l'écoulement turbulent et pour l'écoulement laminaire non établi, et l'on a ⁽¹⁾ :

$$(26) \quad \left\{ \begin{array}{lll} \mathcal{N} = 1,1 & \mathcal{R}^{-2/3} \mathcal{P}^{-2/3} & \mathcal{R} < 40, \\ \mathcal{N} = 0,6 & \mathcal{R}^{-1/2} \mathcal{P}^{-2/3} & 40 < \mathcal{R} < 3\,000, \\ \mathcal{N} = 0,3 & \mathcal{R}^{-0,4} \mathcal{P}^{-2/3} & 3\,000 < \mathcal{R} < 130\,000, \\ \mathcal{N} = 0,029 & \mathcal{R}^{-0,2} \mathcal{P}^{-2/3} & 130\,000 < \mathcal{R} < 400\,000. \end{array} \right.$$

Les première et quatrième formules sont proches des formules classiques, la formule intermédiaire recoupant les précédentes sensiblement pour les valeurs indiquées de $\mathcal{R}$.

D'après les essais de BERGELIN, on devrait prendre 1,4 au lieu de 1,1 comme coefficient de la première formule. La valeur du $\mathcal{R}$ de raccordement entre les deux premières formules serait 130 et non 40. (Si l'on prenait pour les essais de BERGELIN la distance de minima entre tube comme longueur caractéristique, le nombre de Reynolds serait de l'ordre de 40 comme pour les premières valeurs obtenues avec un tube isolé).

Le régime complètement laminaire existe jusqu'à cette valeur de $\mathcal{R}$ et il se trouve peut-être une zone d'instabilité entre ce régime et le suivant qui est caractérisé par un remous ⁽²⁾.

La quatrième formule est très proche de l'équation expérimentale pour l'écoulement turbulent dans un tube (17), (nous y reviendrons dans la suite).

Le recoupement avec la quatrième formule se fait bien pour $\mathcal{R} = 130\,000$, ce qui est confirmé par les expériences de BRUN.

Il faut remarquer que d'après les données aérodynamiques, pour :

$$\mathcal{R} = 400\,000$$

on a une discontinuité du régime aérodynamique mais nous n'avons pas d'essais thermiques au second régime.

(1) T. BOSCH, RIBAUD, MAC'ADAMS.

(2) E. ROCHE. — Communication au IV^e Congrès international du chauffage industriel.

7,2

ÉCHAUFFEMENT RELATIF DU FLUIDE A TRAVERS UN FAISCEAU DE TUBES

Nous allons chercher l'échauffement relatif du fluide obtenu par le passage à travers un rideau de tubes (*fig. 16*).

D'après ce que nous avons vu, on a :

$$\omega = \mathfrak{M} \frac{S}{\sigma} = \mathfrak{M} \pi \frac{d}{e}.$$

Nous considérerons le serrage relatif des tubes et le désignerons par :

$$s = \frac{d}{e}.$$

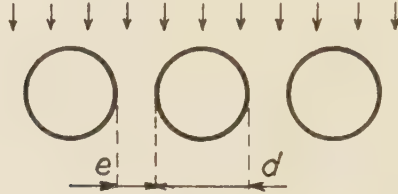


Fig. 16

7,2.1 Régime laminaire.

On a l'échauffement par rideau :

$$\omega = 1,1 \pi s \mathfrak{R}^{-2/3} \mathfrak{T}^{-2/3},$$

qu'on peut écrire :

$$\omega = 1,1 \pi s^{1/3} \left(\frac{d}{e} \frac{\nu}{\nu} \frac{\alpha}{\nu} \right)^{2/3}$$

soit, après simplifications :

$$(27) \quad \omega = 3,5 s^{1/3} \left(\frac{\alpha}{Q'_v} \right)^{2/3},$$

Q'_v désignant le débit-volume de fluide par unité de longueur de tube du rideau traversé.
On peut l'écrire :

$$(27 \text{ bis}) \quad \omega = 3,5 s^{1/3} \left(\alpha \frac{x}{Q_v} \right)^{2/3}.$$

On peut comparer cette formule avec la formule (10 bis) pour l'établissement de régime en écoulement laminaire, dont on retrouve ici toutes les propriétés :

1° la seule caractéristique du fluide qui intervient est sa diffusivité thermique, laquelle est très peu variable. La viscosité n'intervient pas tant que l'on reste en régime d'écoulement sans remous;

2° le diamètre du tube et la vitesse du fluide disparaissent pour ne laisser subsister que le débit-volume par tube et la longueur du tube. Ces paramètres reprendront leur importance pour déterminer la perte de charge.

NOTA. — D'après les essais de BERGELIN, le coefficient 3,5 doit être remplacé par 4,5 pour $\mathcal{R} \leq 130$.

7,2.2 Autres régimes.

Les valeurs de l'échauffement par rideau sont :

$$(28) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \omega_r = 1,9 \quad s \mathcal{R}^{-0,5} \mathcal{F}^{-2/3} & 130 < \mathcal{R} < 3\,000, \\ \omega_r = 0,95 \quad s \mathcal{R}^{-0,4} \mathcal{F}^{-2/3} & 3\,000 < \mathcal{R} < 100\,000, \\ \omega_r = 0,091 \quad s \mathcal{R}^{-0,2} \mathcal{F}^{-2/3} & 130\,000 < \mathcal{R} < 400\,000. \end{array} \right.$$

Il y a lieu de remarquer la similitude de la dernière formule (28) avec la formule (17 bis), ce qui montre qu'avec une agitation turbulente importante l'orientation des surfaces d'échange est sans influence pour l'échange de chaleur. L'échauffement relatif est le même pour la traversée d'un rideau que pour le parcours dans un tube égal à son diamètre (cas où $s = 1$).

7,2.3 Vérification expérimentale.

Nous tirons du premier essai de la thèse de BROLA les valeurs suivantes :

$$d = 12 \text{ mm};$$

$$s = \frac{1}{2}, \text{ et}$$

$$\omega_r = 0,475 \mathcal{R}^{-0,4} \mathcal{F}^{-2/3}.$$

$\mathcal{R}$	ω DIX RIDEAUX	ω CALCULÉ DIX RIDEAUX
10 000	0,136	0,147
20 000	0,108	0,113
30 000	0,096	0,096
40 000	0,0874	0,086

On voit que la formule, un peu trop favorable à $\mathcal{R} = 10\,000$, représente très bien le phénomène pour $\mathcal{R} = 30\,000$ et $40\,000$.

7,3

REMARQUE GÉNÉRALE SUR LES ÉCOULEMENTS PERPENDICULAIRES AUX FAISCEAUX DE TUBES

Les relations (26), qui sont tirées de l'ouvrage de MAC'ADAMS, sont basées sur l'étude de tubes isolés. Elles sont valables d'après les essais effectués pour certains faisceaux de tubes.

Mais il faut remarquer que les courbes établies par GRIMISSON ont une pente très accentuée quand la dimension entre les tubes est inférieure au diamètre $s > 1$. Et il est probable que dans ce cas la distance caractéristique du nombre de Reynolds serait le passage minimum entre deux tubes. Cette façon de voir se justifierait facilement au point de vue aérodynamique.

Nous devons reconnaître que c'est ici une simple hypothèse : les essais que nous avons effectués, ou dont nous avons eu les résultats complets, ont été caractérisés par $s \leq 1$. Les essais de BERGELIN confirment le point de vue précédent.

7,4

PERTES DE CHARGE

LEGENDRE a calculé le rapport $\frac{C}{2N}$ d'après les essais de KING et de REIHER (1). Nous avons déduit un coefficient K entrant dans la relation entre la perte de charge et l'échauffement pour le passage de fluide à travers un rideau de tubes.

La relation (7) devient :

$$\Delta p = K 2 \omega T^{2/3} \left(\frac{1}{2} \rho v_m^2 \right).$$

La valeur de K est donnée par le graphique ci-contre (*fig. 17*).

Il convient de remarquer que pour de faibles nombres de Reynolds, la vitesse efficace autour du tube est :

$$v_e = v_m \sqrt{2},$$

qui correspond à la dépression que l'on peut observer sur les tubes à ce régime.

On a alors :

$$K = 2.$$

C'est la valeur de l'asymptote pour les tubes isolés.

Pour les nombres de Reynolds supérieurs à 400 000, on a un autre mode d'écoulement : la couche-limite deviendrait turbulente. Il y a vraisemblablement une zone où les deux régimes sont possibles suivant les conditions d'essai, conditions de turbulence de la veine en particulier.

(1) LEGENDRE. — *Cours de transmission de chaleur*, Centre d'Études Supérieures de Mécanique.

7,4.1 Perte de charge à travers un faisceau de tubes en quinconces.

Les formules de Grimisson résumant un grand nombre d'essais donneraient pour l'écoulement de fluide à travers un faisceau de tubes :

$$K = 0,5 \mathcal{R}^{0,28}$$

qui serait valable pour :

$$\mathcal{R} > 2000.$$

Les essais de BROLA dont nous avons déjà parlé donnent :

$$K = 10$$

pour :

$$\mathcal{R} = 10\,000, \quad 20\,000, \quad 30\,000, \quad 40\,000.$$

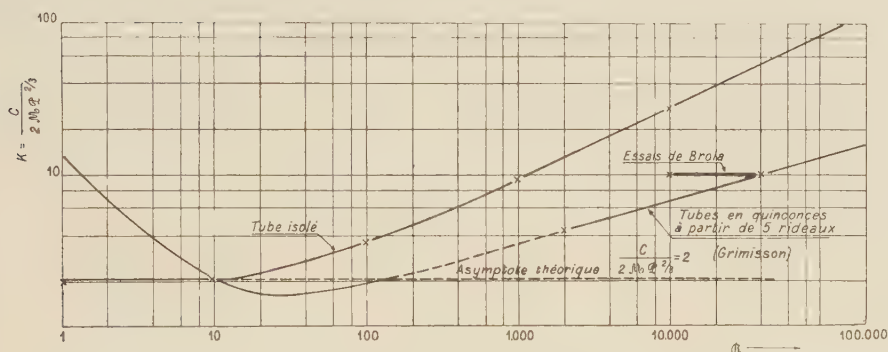


Fig. 17. — Constante K reliant l'échauffement et la perte de charge à travers un faisceau de tubes

$$\Delta p = K_2 \omega \mathcal{R}^{2/3} \times (1/2 \rho v_m^2)$$

Ces essais recourent la formule précédente pour :

$$\mathcal{R} = 40\,000.$$

Avec les faibles nombres de Reynolds, les phénomènes physiques sont très différents pour le tube unique ou pour un faisceau de tubes. Dans ce dernier cas, les pertes de charge singulières, dues aux variations de la vitesse, lui restent proportionnelles et prennent de ce fait une très grosse importance. Le coefficient K prend alors des valeurs élevées ($1 < \mathcal{R} < 10$).

Par contre, pour les écoulements intermédiaires ($10 < \mathcal{R} < 100$), le coefficient K passe par un minimum inférieur à 2, ce qui est la valeur de l'asymptote dans le cas du tube isolé.

Les deux branches de courbes correspondant à $\mathcal{R} < 130$ et $2000 < \mathcal{R}$ représentées sur la figure sont bien dans le prolongement l'une de l'autre, ce qui permet de faire une interpolation entre les deux.

7,4.2 Essais avec faible nombre de Reynolds.

Le Professeur O. BERGELIN a bien voulu nous communiquer les résultats d'essais thermiques très complets qu'il a réalisés pour les écoulements d'huile perpendiculaires à des faisceaux tubulaires à l'Université de Delaware (U.S.A.).

On peut en tirer les points suivants :

a) *Valeur de l'échauffement.* — Les valeurs données par la formule (27) sont exactes pour la traversée de faisceaux avec tubes en ligne. L'échauffement pour faisceaux en quinconce est plus important de 30 %. L'apparition des remous produit une discontinuité assez bien marquée vers $Re = 130$ pour la courbe « ω — débit »;

b) *Relation échauffement-pertes de charge.* — La courbe représentant le coefficient K de la relation entre ω et Δp croît avec Re pour $Re > 100$. Elle présente un minimum un peu inférieur à 2 pour $Re = 40$. Elle remonte ensuite presque à 45° pour $Re < 10$. En conclusion, le coefficient K ne semble pas bien choisi. Il vaudrait mieux décomposer la perte de charge à travers le faisceau en perte de charge de frottement pour laquelle la relation s'applique normalement, et en perte de charge due aux changements de direction et de vitesse du fluide, qui est proportionnelle à ρv^2 pour les grands débits et à μv pour les petits. Cette dernière perte de charge n'est caractérisée par aucun phénomène thermique.

Il est intéressant de faire quelques remarques avant d'appliquer les formules précédentes.

8,1 PROPRIÉTÉS PHYSIQUES DES FLUIDES

8,1.1 Diffusivité thermique.

Nous avons vu le rôle joué par la diffusivité dans l'écoulement laminaire et l'on peut trouver dans les tables des constantes physiques, à la fin de l'ouvrage, la valeur de ce paramètre qui, bien que variant un peu avec la température, est du même ordre de grandeur pour la plupart des liquides. On voit ainsi l'intérêt que présentent les formules :

$$(10 \text{ bis}), \quad (11 \text{ bis}), \quad (15 \text{ bis}) \quad \text{et} \quad (27)$$

quand on étudie les phénomènes thermiques pour un liquide en régime laminaire.

La plupart des liquides usuels entrent dans cette catégorie : eau, huiles de toutes natures, liquides de la chimie organique (alcool, glycérine, benzine, etc.).

8,1.2 Nombre de Prandtl.

Nous avons vu les particularités du « fluide théorique » qui est caractérisé par $\mathcal{E} = 1$. En réalité, peu de fluides jouissent de cette propriété d'une façon très stricte. Par contre, beaucoup en sont proches.

Le nombre de Prandtl, caractéristique de la plupart des gaz, a une valeur de l'ordre de 0,75, peu dépendante de la pression et de la température. La vapeur d'eau et l'eau liquide au-dessus de 180° ont sensiblement le même nombre de Prandtl ($\mathcal{E} = 1$).

Cette remarque montre l'intérêt des formules (17 bis) qui indiquent que l'échauffement à travers un système déterminé est presque une constante en régime d'écoulement turbulent, pour les gaz et certains liquides. (La vitesse et la viscosité du fluide interviennent seulement avec la puissance 0,2 dans les formules donnant l'échauffement.)

La plupart des fluides ont une des deux propriétés précédentes.

L'eau (liquide et vapeur) possède ces deux propriétés simultanément pour une température de l'ordre de 180° C.

8,2 CHOIX DES CARACTÉRISTIQUES THERMIQUES

Dans tout cet exposé, et en particulier quand nous avons écrit l'équation (6) et les deux suivantes, nous avons implicitement considéré que la valeur des constantes physiques était prise à la paroi même où se produit l'échange de chaleur.

Pour tenir compte de la température de l'eau circulant dans des tubes qui condensent de la vapeur, les Américains font intervenir la « température du film d'eau » qu'ils définissent comme étant :

$$T_f = T_v - 0,8 \theta_{ev}$$

(indice ν relatif à la vapeur).

En tenant compte des remarques précédentes, les formules données sont valables tant pour l'échauffement que pour le refroidissement.

8,3

CHOIX DES UNITÉS

Du fait de l'emploi systématique de nombres sans dimensions, le système d'unité est de peu d'importance. Il nous a cependant semblé préférable d'employer le système C.G.S. qui est très maniable.

Il est par contre très intéressant d'utiliser, dans certains cas, le système des thermiciens (kilogramme-heure-mètre). Du fait que les débits industriels sont généralement donnés à l'heure, ceci amène, en vérifiant un appareil, à trouver un coefficient d'échange en $\text{cal/H/m}^2/^{\circ}\text{C}$ auquel les thermiciens sont habitués et dont ils connaissent, à peu près, la valeur dans beaucoup de cas.

C'est ainsi que dans les tableaux de chiffres donnés à la suite les conductivités sont exprimées à la fois en C.G.S. et en $\text{cal/H/m}/^{\circ}\text{C}$.

8,4

PRÉSENTATION DES FORMULES

Nous avons le plus souvent présenté une même formule sous les formes qu'elle prend lorsque l'on fait intervenir les différents paramètres :

$\frac{x}{d}$: l'allongement du parcours;

$\frac{S}{\sigma}$: le rapport surface d'échange/surface de passage;

$\frac{x}{Q_v}$: longueur de parcours/débit-volume.

Ces formules équivalentes sont généralement repérées par le même numéro. Suivant les cas considérés, on aura intérêt à utiliser l'une plutôt que l'autre.

Il peut se faire, pour certains cas particuliers, qu'une seule formule soit exploitable comme ayant seule une signification physique précise (voir 10,1 par exemple).

9 VARIATIONS DES PROPRIÉTÉS PHYSIQUES DU FLUIDE DANS UN APPAREIL (PERTES DE CHARGE)

9,1 PHÉNOMÈNES THERMIQUES

Dans certains appareils, les écarts de températures d'un même fluide de l'entrée à la sortie peuvent être importants, d'où une variation notable de certaines propriétés physiques. Il ne peut, dans ces conditions, être question d'employer pour ces dernières des valeurs moyennes qu'en première approximation.

Il est facile, par contre, de procéder correctement avec la méthode exposée, puisque nous suivons les variations de température des fluides. Nous pouvons donc mener le calcul de l'appareil par sections où il est possible d'employer des caractéristiques moyennes.

Il est bon de remarquer que pour certains régimes d'écoulement, d'après ce qui a été vu en 8,1.1 et 8,1.2, les variations d'un paramètre déterminé peuvent être sensiblement sans influence sur les résultats thermiques caractérisés par « l'échauffement relatif ».

9,2 PHÉNOMÈNES MÉCANIQUES — PERTES DE CHARGE

Nous avons étudié au paragraphe 3 les relations générales entre l'échauffement relatif et la perte de charge. Il faut bien remarquer que la perte de charge considérée est celle due à la viscosité du fluide à l'intérieur de la couche-limite. Par contre, quand on mesure une perte de charge, il viendra s'ajouter à la perte précédente une perte de charge dynamique qui existerait même si le fluide était aérodynamiquement « un fluide parfait ». Il y a d'abord la perte de charge à l'entrée, ou de mise en vitesse du fluide, mais il peut en exister une autre due au changement de volume du fluide dans l'appareil : c'est le cas des gaz.

9,2.1 Dilatation et perte de charge d'un fluide parfait.

Soit un fluide parfait (sans viscosité) en mouvement établi dans un tube cylindrique.

Supposons qu'entre les sections 1 et 2 (*fig. 18*) le fluide, par une action interne, change de masse spécifique.

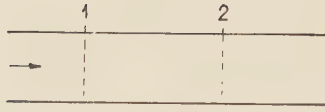


Fig. 18

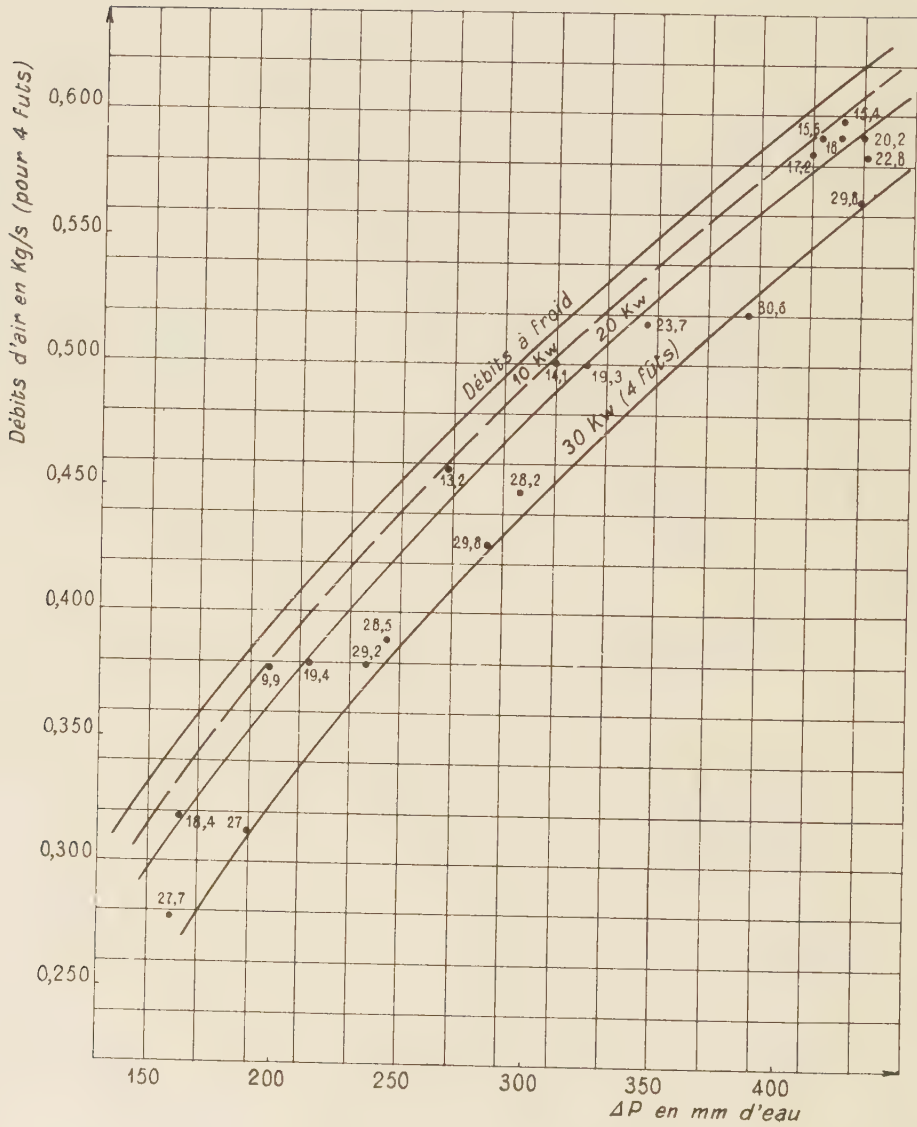


Fig. 19. — Débits (flux de chaleur variables)

En appliquant l'équation de Bernoulli (fluide parfait), on a :

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_2 v_2^2.$$

La perte de charge entre 1 et 2 est donc :

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho_2 v_2^2 - \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2.$$

9.2.2 Cas d'un gaz réel.

Le changement de masse spécifique (dilatation) sera amené entre les sections 1 et 2 par l'échauffement du gaz dû aux parois.

La perte de charge totale entre 1 et 2 sera en général :

$$\Delta p_{12} = 2 \omega_{12} P_{e12} \mathcal{F}^{2/3} + P_{e2} - P_{e1}.$$

Si l'on considère que le gaz suit les lois des gaz parfaits, on a :

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{\Theta_1}{\Theta_2}, \quad v_2 = v_1 \frac{\Theta_2}{\Theta_1};$$

on a donc :

$$P_{e2} = P_{e1} \frac{\Theta_2}{\Theta_1}$$

et :

$$P_{e12} = P_{e1} \frac{\Theta_1 + \Theta_2}{2 \Theta_1},$$

d'où :

$$\Delta p_1 = 2 \omega_{12} P_{e1} \frac{\Theta_1 + \Theta_2}{2 \Theta_1} \mathcal{F}^{2/3} + P_{e1} \frac{\Theta_2 - \Theta_1}{\Theta_1}.$$

VALEUR NUMÉRIQUE.

Pour permettre de se rendre compte de l'importance du phénomène, prenons un exemple :

— avec un appareil ayant les caractéristiques suivantes :

$$T_1 = 300^\circ \text{A}, \quad T_2 = 400^\circ \text{A}, \quad T_m = 454^\circ \text{A}.$$

$$\omega_{12} = 1,$$

on a :

$$\Delta p = 2 P_{e1} \mathcal{F}^{2/3} + P_{e1} (0,33 + 0,166 \times 2),$$

$$\mathcal{F}^{2/3} = \frac{1}{1,25} \quad \text{pour l'air.}$$

On voit que la perte de charge due à l'échauffement du gaz est de l'ordre de $\frac{1}{3}$ de la perte de charge due au frottement générateur des échanges de chaleur. On conçoit donc sans peine que les résultats non corrigés de ce phénomène sont assez trompeurs.

9,2.3 Cas d'expériences.

Nous avons étudié dans les deux paragraphes précédents les phénomènes existant lorsque le courant est établi. Le cas usuel le plus fréquent est celui où le régime s'établit au début, à partir d'une vitesse qui peut être faible et dont la pression dynamique est négligeable.

La perte de charge totale pour la traversée du système sera :

$$\Delta p = 2 \omega P_{e12} \mathcal{F}^{2/3} + P_{e2}.$$

On aura donc toujours à retrancher la pression dynamique efficace du gaz à la sortie de la perte de charge mesurée pour avoir la perte de charge correspondant à l'échauffement.

Cette remarque et la précédente rendent compte aisément de l'augmentation de perte de charge observée avec le flux de chaleur échangée dans les appareils à gaz, bien que l'échauffement soit indépendant de ce flux [voir courbes obtenues dans l'étude du refroidissement du moteur S.N.E.C.M.A. 36 T (*fig. 19*) dont il sera question dans la suite ⁽¹⁾].

9,3

VITESSE EFFICACE

Nous avons déjà vu que la vitesse efficace à considérer est immédiate dans le cas de l'écoulement turbulent dans un conduit, elle est en effet confondue avec la vitesse moyenne.

Pour l'écoulement laminaire établi dans un conduit, elle est aussi bien définie :

$$v_e = 2 v_m \quad (\text{pour un tube cylindrique});$$

$$v_e = \frac{3}{2} v_m \quad (\text{entre plans parallèles}).$$

Par contre, elle est assez difficile à employer dans le cas d'un écoulement laminaire non établi où elle aura une valeur intermédiaire entre la vitesse moyenne et l'une des deux vitesses définies plus haut.

Pour un écoulement perpendiculaire à un tube, en remarquant que le tube est soumis à une dépression égale à la pression dynamique du fluide à l'infini, la vitesse efficace à considérer sera :

$$v_e = v_m \sqrt{2}.$$

(1) ROCHE. — Rapport O.N.E.R.A., 121 E.Y.

C'est bien ce que l'on peut observer par l'application des formules expérimentales classiques d'échange de chaleur et de pertes de charge dans l'écoulement de fluide perpendiculaire à un tube isolé lorsque l'écoulement est sans remous :

$$R < 40.$$

9,4

ÉTABLISSEMENT ET FIN DE RÉGIME

Quand un fluide parcourt un tube, on a coutume de représenter la perte de charge subie en deux termes : une partie proportionnelle à la longueur qui est la perte par frottement dont nous nous sommes déjà occupés, une autre partie que l'on nomme la perte de charge de « mise en vitesse ». D'après la dénomination employée, on a tendance à localiser cette perte à l'entrée du tube. En réalité, en ce point, une partie de la pression se transforme en vitesse et, si l'on calcule la pression totale $p + \frac{1}{2} \rho v_e^2$, on constate bien une perte de pression de l'ordre de $0,3 \left(\frac{1}{2} \rho v_e^2 \right)$.

Si l'on fait le même calcul à la sortie, on trouve une perte de pression totale de l'ordre de $0,7 \left(\frac{1}{2} \rho v_e^2 \right)$. (Le rendement du divergent est toujours plus mauvais que celui du convergent.) On voit ainsi que la perte supplémentaire : $\frac{1}{2} \rho v_e^2$ [avec v_e : vitesse efficace de sortie (§ 9,3)] est surtout localisée à la sortie du tube.

Au point de vue transmission de chaleur, la perte de charge due à l'entrée correspond à un échauffement supplémentaire que nous avons déjà étudié. Par contre, la perte de charge de sortie, qui est la plus importante, n'est pas utilisée thermiquement.

On en conclut que l'on n'a pas intérêt à profiler l'entrée des tubes, mais leur sortie. Des raisons de tenue mécanique peuvent toutefois faire profiler l'entrée de certains tubes (condenseurs).

Des essais faits par BÖHN (*Die Wärme*, janvier 1944) avec des tubes à entrée normale et à entrée arrondie ont montré dans le dernier cas une diminution non seulement de la perte de charge mais aussi de la transmission de chaleur correspondant à la disparition du terme indépendant de x dans les équations (15) et (19).

MODE D'APPLICATION DES FORMULES

Nous allons appliquer les méthodes précédentes à partir de résultats d'essais semi-industriels que nous avons effectués successivement à l'Arsenal de l'Aéronautique et à l'Office National d'Études et de Recherches Aéronautiques. Ceci permettra à la fois d'indiquer le maniement des formules et d'en montrer la précision.

ESSAI DE REFROIDISSEMENT

FAIT A L'O.N.E.R.A. D'UNE MAQUETTE DE CYLINDRES A AILETTES
DU MOTEUR S.N.E.C.M.A. 36 T ⁽¹⁾ (fig. 20 et 21)

Les cylindres sont placés dans un carter servant de gaine d'arrivée et sortie d'air et épousant la forme extérieure des ailettes (fig. 22).

10,1.1 Mesure des températures.

Nous avons mesuré les températures d'entrée et de sortie d'air par des thermocouples placés dans des sections très turbulentes de la gaine. Un déplacement du couple n'ayant pas d'influence sur la température indiquée, nous avons adopté cette dernière comme température moyenne.

Par l'emploi de commutateurs, nous avons toujours obtenu par une seule lecture chaque différence de température qui nous était utile.

Les différences de températures, dès qu'elles étaient supérieures à 2° C, ont pu être repérées avec une précision de l'ordre de 0,5 %, grâce à l'emploi d'un millivoltmètre A.O.I.P. à sept sensibilités.

Les températures du fût ont été mesurées en différents points par des couples placés contre la paroi.

Grâce à des peintures ThermindeX, nous avons pu, dans certains cas particuliers, recouper les températures indiquées par les thermocouples. Ces dernières étaient en général trop faibles du fait du refroidissement du couple dû aux fils soumis au courant

(1) Росне. — Rapport O.N.E.R.A., 121 E.Y.

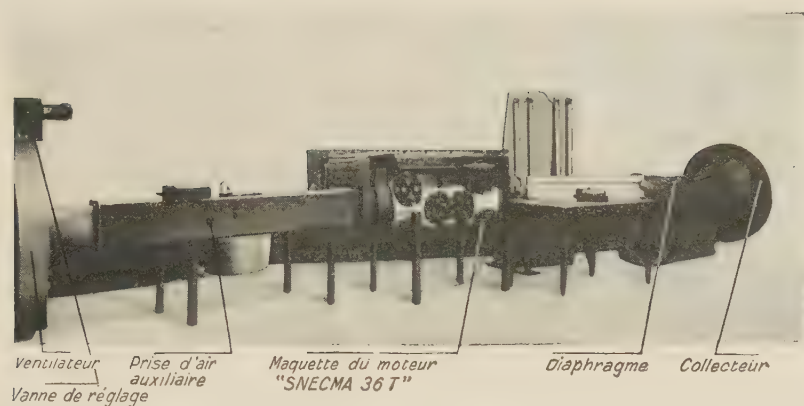


Fig. 20. — Montage d'essai d'un élément de quatre cylindres du moteur "36 T"

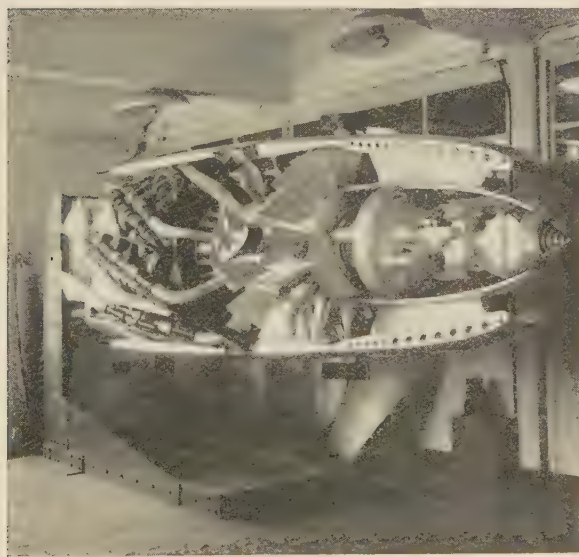


Fig. 21. — Maquette du moteur S.N.E.C.M.A. 36 T à refroidissement par air
Pour ce moteur de 4500 cv 36 cylindres, les questions de refroidissement sont capitales

d'air. Les températures relevées étaient sensiblement égales aux températures du centre des ailettes correspondantes.

Dans ces conditions, nous avons eu les éléments d'essai pour étudier la convection de l'air entre les ailettes.

10,1.2 Mesure des débits d'air.

Nous avons employé des diaphragmes A.F.N.O.R. et, avec quelques précautions, tant pour le choix des diaphragmes que pour la mesure des faibles pressions, nous avons obtenu une précision de mesures de l'ordre de 0,5 à 1 % (1).

10,1.3 Résultats prévus et exploitation des résultats d'essais.

Les arrivées et sorties d'air n'étant pour aucun des quatre fûts diamétralement opposés, la longueur du parcours de l'air x aurait été difficile à déterminer.

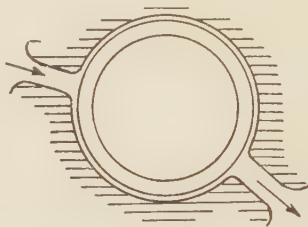


Fig. 22

Par contre, la section de passage de l'air et la surface d'échange étaient parfaitement connues.

On avait :

$$\frac{S}{\sigma} = 160 \quad \text{avec} \quad m = 0,18.$$

La formule (25) est d'un emploi immédiat et il vient (pour les quatre essais dont les résultats complets sont consignés dans le rapport) :

	ω (25)	ω (exp)
6 600	0,815	0,82
5 600	0,845	0,88
5 050	0,87	0,90
3 100	0,96	1,08

(1) ROCHE. — *La mesure des débits d'air*, publication O.N.E.R.A., n° 30, et compte rendu à la Commission de l'A.F.N.O.R. du 15 novembre 1949.

La vérification est excellente pour les trois premiers points, mais moins bonne pour le quatrième. Nous ne disposons plus des feuilles de relevés et ne pouvons savoir si le phénomène est dû à l'approche du régime laminaire, ou plus simplement à un défaut dans une des mesures correspondant à ce point.

10,2

ESSAI SUR RADIATEUR A.B.

(Résultats aimablement fournis par le constructeur A. BRAUN (fig. 23))

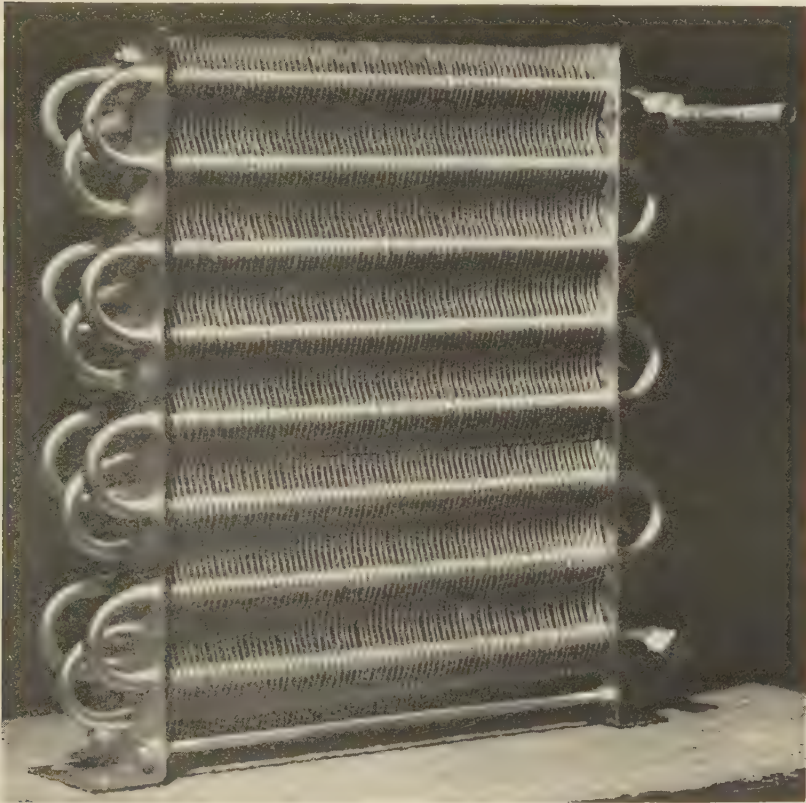


Fig. 23. — Élément de radiateur A.B. à trois rangées de lames

10,2.1 Description et essais.

Le radiateur était composé de vingt-quatre rangées de lames de cuivre de 6 mm de profondeur moyenne, 0,2 mm d'épaisseur, au pas de 3,5 mm (l'élément photographié comporte trois rangées).

Les températures d'air entrée et sortie ayant été mesurées, ainsi que la température de condensation de vapeur, l'échauffement air vapeur est particulièrement simple à calculer :

$$\omega_{AV} = L \frac{\theta_{vA1}}{\theta_{vA2}}.$$

Pour calculer ω_{AM} , on appliquera la relation (3) qui devient :

$$\frac{1}{A \omega_{AV}} = \frac{1}{A \omega_{AM}} + \frac{1}{S \alpha} + \frac{e}{\xi \lambda},$$

$$\frac{1}{S \alpha} = \frac{1}{0,5 \cdot 10\,000} = \frac{1}{5\,000},$$

$$\frac{e}{\xi \lambda} = \frac{0,004}{0,025 \cdot 330} = \frac{1}{2\,060},$$

$$\frac{1}{\omega_{AM}} = \frac{1}{\omega_{AV}} + \frac{A}{1\,400}.$$

Le tableau suivant résume les essais :

R	A	ω_{AV}	ω_{AM}
2 850	400	1,13	1,66
2 300	320	1,22	1,69
1 720	240	1,5	2,02
1 370	190	1,54	1,95

Les deux derniers essais donnent des résultats qui ne sont pas homogènes avec les autres, ainsi que le constructeur BRAUN l'avait déjà remarqué.

10,2.2 Calcul de l'échauffement.

Nous allons calculer l'échauffement de l'air au passage d'un rideau.

Il faut remarquer qu'on est dans cette zone en région laminaire d'établissement du régime. En effet, la relation (25) du turbulent établi n'est pas applicable, car le supplément d'échauffement dû à l'établissement du régime aurait été supérieur à l'échauffement correspondant au turbulent établi, alors qu'elle peut au maximum lui être égale.

On appliquera donc la formule (18), l'épaisseur de la couche-limite restant toujours négligeable vis-à-vis de la distance entre-lame. On calcule ainsi l'échauffement dû au passage du fluide entre plans parallèles.

Les caractéristiques de l'échangeur étant :

$$\frac{S}{\sigma} = 4,36, \quad \frac{x}{d} = 1,82,$$

l'échauffement pour un rideau dans la première expérience est, d'après la formule (18) :

$$\omega = 0,065,$$

et pour vingt-quatre rideaux :

$$\omega = 1,57.$$

On a ainsi le tableau de comparaison :

	NUMÉRO ESSAI			
	1	2	3	4
Calcul (18)	1,57	1,75	1,95	2,32
Expérience	1,66	1,69	2,02	1,95

Le dernier point semble devoir être éliminé. Ne connaissant pas les précisions des mesures faites, nous ne pouvons nous prononcer mais il apparaît que les autres mesures vérifient l'équation (18).

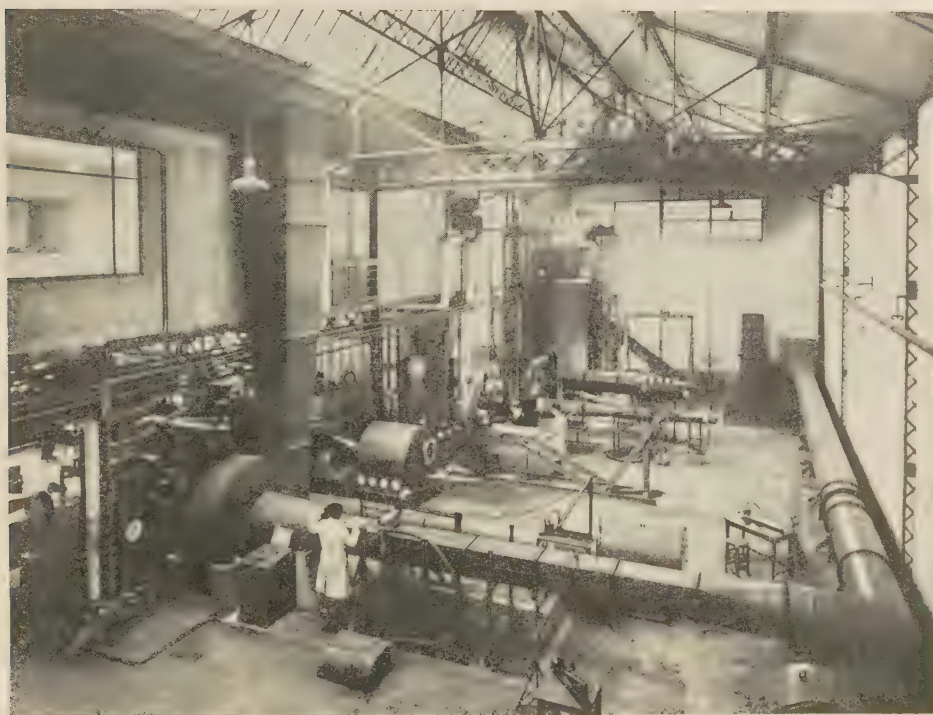


Fig. 24. — Laboratoire thermique Chausson où ont été effectués les essais sur radiateur Chausson et les essais sur radiateur M.A.R.

10,3

ESSAIS DE RADIATEUR INDUSTRIEL CHAUSSON (fig. 24)

(Rapport n° 278)

Nous avons utilisé la série d'essais rapportés à la page 2, qui concerne un radiateur de profondeur 200 mm composé de lames de cuivre de 0,1 mm d'épaisseur, au pas de 2,5 mm, traversé tous les 10 mm par des tubes d'eau aplatis (fig. 25).

Nous avons choisi ces essais, car ils portent l'indication de la température de sortie d'air. Il est toujours un peu hasardeux de la calculer à partir des débits d'air et d'eau, quand les températures d'eau et d'air sont voisines en un point.

En procédant comme plus haut, la formule (3) devient, pour le débit d'eau de 100 l/mn :

$$\frac{1}{\omega_{AM}} = \frac{1}{\omega_{AE}} - 0,0022 \Lambda.$$

Cette formule a été établie en admettant la formule de l'écoulement turbulent (25) pour l'échauffement de l'eau par rapport au métal. Ce procédé est correct, l'influence de cet échauffement étant faible pour l'ensemble de la mesure.

Les caractéristiques de l'échangeur sont :

$$\frac{S}{\sigma} = 220, \quad \frac{x}{d} = 83, \quad m = 0,3$$

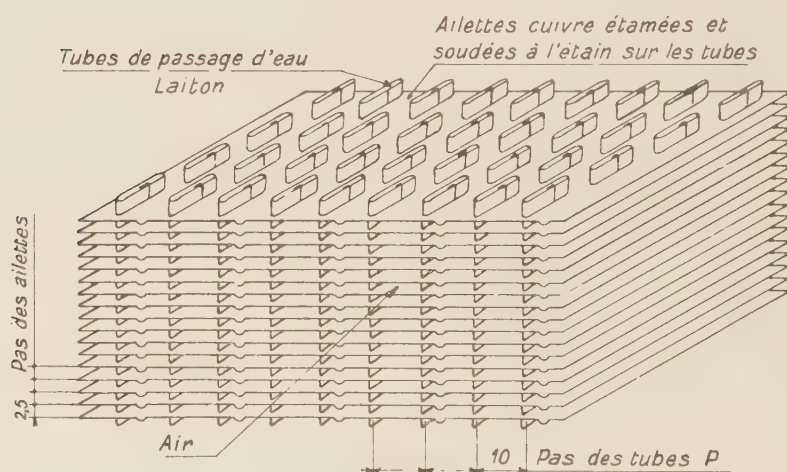


Fig. 25. — Élément de radiateur d'aviation "CHAUSSON"

En remarquant que le radiateur est composé de deux systèmes de lames qui ne sont certainement pas dans le prolongement l'un de l'autre, il convient de prendre deux fois le terme d'établissement de régime de la formule (25).

Le tableau suivant résume essais et calculs :

α	ESSAIS		CALCUL (25)
	ω_{AE}	ω_{AM}	ω_{AM}
4 100	0,99	1,285	1,29
3 160	1,13	1,39	1,35
2 660	1,18	1,43	1,41
1 800	1,38	1,61	1,55
1 300	1,54	1,74	1,68
880	1,74	1,91	1,85

La concordance est excellente pour tous les points relevés et l'on est amené à conclure que l'action combinée :

- du diaphragme placé en amont (mesure des débits d'air),
- des tubes d'eau isolés placés tous les 20 mm

entretient un écoulement qui a toutes les caractéristiques de l'écoulement turbulent, bien qu'on soit dans un régime théoriquement laminaire ($R < 2300$).

Il faut aussi rapprocher cette conclusion du fait qu'on n'observe dans ces essais aucun phénomène de discontinuité caractéristique d'un changement de régime.

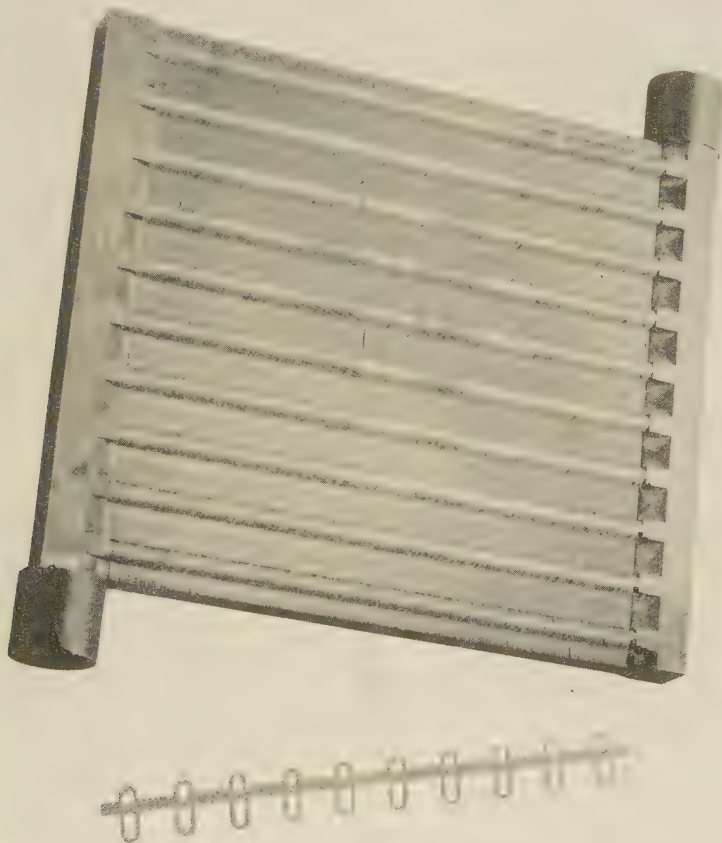


Fig. 26. — Radiateur M.A.R. essayé et élément constitutif

10,4 ESSAIS DE RADIATEUR A ÉCOULEMENT LAMINAIRE M.A.R. (fig. 26)

Nous avons réalisé ces essais pour le compte de l'Arsenal de l'Aéronautique dans la Soufflerie thermique Chausson, en décembre 1945 ⁽¹⁾.

(1) ROCHE. — Arsenal de l'Aéronautique : compte rendu d'essai de radiateur M.A.R. du 30 janvier 1946.

10,4.1 Description du matériel et des essais.

Le radiateur essayé était composé de deux rideaux successifs de plaques de cuivre de 0,2 mm d'épaisseur, de 3,5 mm de large, dont l'entre-lame était aussi de 0,2 mm (épaisseur de la lame correspondante du deuxième rideau).

Les essais n'ayant pas été orientés vers les mesures d'échauffement, on avait seulement mesuré :

1° les températures et débits d'eau;

2° les températures d'entrée et les débits d'air.

Nous sommes donc obligés de calculer la température de sortie d'air. Quand cette dernière devient proche de la température d'eau, la méthode manque complètement de précision. Elle doit donner cependant des résultats utilisables quand les températures restent éloignées.

10,4.2 Caractéristiques et résultats.

Le radiateur était caractérisé du côté de l'air par :

$$\frac{x}{d} = \frac{7}{0,2} = 35,$$

$$d = 0,2 \text{ mm},$$

$$m = \frac{0,2}{10} = 0,02 \quad (\text{négligeable}),$$

et la relation (3) devient, pour la série d'essais utilisés (débit d'eau constant de 20 l/mn) :

$$\frac{1}{\omega_{AM}} = \frac{1}{\omega_{AE}} - 0,0025 \text{ A.}$$

$\mathcal{R}$	$\frac{x}{d \mathcal{R} x}$	A	ESSAIS		CALCUL (24) ω_{AM}
			ω_{AE}	ω_{AM}	
410	0,102	375	0,38	0,59	0,58
368	0,128	300	0,442	0,66	0,68
328	0,144	268	0,506	0,715	0,76
265	0,178	216	0,60	0,89	0,92
230	0,205	188	0,675	1,08	1,04
207	0,228	169	0,725	1,19	1,16
166	0,284	135	0,88	1,25	1,43
126	0,37	103	1,09	1,56	1,85
103	0,455	84	1,25	1,7	2,25
81	0,58	66	1,73	2,45	2,85

Par suite du manque de mesure de la température de sortie d'air (voir plus haut), les derniers résultats n'ont pas beaucoup de valeur.

Les six premiers essais, par contre, vérifient avec une bonne approximation la formule (24) qui donne exactement la moitié de l'échauffement qu'on aurait calculé théoriquement (voir § 6,8.1).

Les essais en question ayant été abandonnés depuis quelques années, nous ne pouvons que signaler le fait observé sans l'avoir soumis à des contre-essais.

CONCLUSION

On peut ainsi résumer les propriétés de l'échauffement relatif suivant le mode d'écoulement :

— en écoulement laminaire non établi (que ce soit pour l'écoulement dans les conduits ou l'écoulement sans remous perpendiculaire aux tubes), l'échauffement est proportionnel au groupement sans dimension $\left(\frac{a \cdot x}{Q_v}\right)^{2/3}$ et reste indépendant dans les deux cas de la viscosité du fluide et du diamètre du tube;

— en écoulement turbulent établi dans les tubes ou dans l'écoulement perpendiculaire aux tubes avec un grand nombre de Reynolds, l'échauffement relatif sera proportionnel au groupement $(k \mathcal{R}^{-2/3} R^{-0,2})$, k étant dans le premier cas l'allongement du tube et, dans le deuxième cas, le serrage du rideau.

On voit ainsi que les modes d'écoulement qui semblent très éloignés (écoulement dans des tubes et écoulement perpendiculaire) se rapprochent beaucoup pour le même régime d'écoulement, alors que les régimes laminaires et turbulents ont des propriétés très distinctes pour lesquelles il est difficile de prévoir une continuité.

Dans cet ordre d'idées, nous avons réalisé des expériences aérodynamiques où nous avons trouvé une zone assez étendue de nombres de Reynolds (2 000 à 3 000) dans lesquels chacun des régimes nettement différents était possible et semblait stable. L'écoulement dépendait de la façon dont l'essai était mené et, vraisemblablement, du degré de turbulence du fluide.

De la même façon, les essais relatés ici sur le radiateur Chausson (§ 10,3) montrent que dans certains cas, avec des nombres de Reynolds assez bas (880), on a un écoulement qui a toutes les propriétés de l'écoulement turbulent.

Par contre, avec l'appareil de refroidissement d'huile, dont les essais sont relatés ici, nous avons trouvé, pour des nombres de Reynolds de 2 500 et 4 000, des valeurs d'échauffement intermédiaires entre celles données par les formules valables pour les deux écoulements. (On était vraisemblablement dans la deuxième zone du § 5,0 que nous avons systématiquement négligée dans l'exposé précédent.)

On voit ainsi qu'une étude de transmission forcée de la chaleur doit être d'abord une étude physique du mode d'écoulement des fluides.

Au point de vue industriel, la question est plus simple, car l'écoulement turbulent est le plus souvent employé. C'est dans ce cas où nous nous placerons maintenant.

L'emploi du paramètre d'échauffement relatif pour définir un appareil prend un intérêt tout particulier. Il dépend de $\mathcal{R}^{2/3}$ pris dans la couche-limite et il est presque indépendant des débits de fluides. On arrive à cette conclusion un peu paradoxale que deux échangeurs homothétiques (même valeur de $\frac{x}{d}$) sont thermiquement très voisins, quel que soit le débit.

Il faut tout de suite remarquer que la perte de charge du fluide à travers l'appareil, donnée par la relation :

$$\Delta p = \left(\frac{1}{2} \rho v_e^2 \right) 2 \omega \mathcal{F}^{2/3},$$

impose le plus souvent les vitesses, c'est-à-dire les sections à respecter pour chaque débit de fluide.

Un échangeur est ainsi défini par son échauffement relatif à une homothétie près (débit). Il est évident que si l'on veut le définir par son flux de chaleur il faut encore faire intervenir les débits et les différentes températures, ce qui est notablement plus lourd. Cette tournure d'esprit remonte peut-être en partie aux premiers savants qui ont étudié le fluide sans poids, dit « calorifique ». Cependant, lorsqu'on a besoin d'appareils thermiques on les appelle couramment « échangeurs de températures » et non « échangeurs de calories », car, si le but cherché est fréquemment d'obtenir une température de sortie d'un fluide, les mesures s'effectuent toujours sur les températures d'entrée et de sortie de chaque fluide. C'est du reste le point de vue expérimental qui nous a mis sur cette voie.

En plus de sa simplicité d'emploi, la justification la meilleure de ce mode de représentation réside dans sa souplesse qui permet de construire des formules analogues aux formules de pertes de charge qui sont très bien connues et de suivre ainsi les principaux aspects de l'écoulement des fluides. Le recouplement des formules indiquées avec les résultats d'essais exposés au chapitre 10 ainsi que leur homogénéité montre l'intérêt de cette notation.

Cet intérêt est aussi appréciable pour la détermination d'un échangeur à deux fluides, on peut facilement déterminer l'allongement total des circulations $\left(\frac{x}{d} \right)$ connaissant ou s'étant imposé l'échauffement relatif correspondant au fluide intérieur. Le nombre de tubes est déterminé par la valeur admissible de la perte de charge. Le nombre de chicanes nécessaires sera alors déterminé pour assurer l'échauffement désiré du fluide extérieur aux tubes. Si la perte de charge est trop grande ou trop faible, on choisira un autre échauffement fluide métal pour le premier fluide (on a généralement intérêt à prendre des échauffements relatifs égaux).

En étudiant ainsi isolément les échanges de chaleur de chaque fluide, on aura un appareil sûr dont les dimensions seront le plus souvent faibles par rapport aux appareils usuels pour lesquels les échanges sont repérés uniquement par des coefficients globaux, généralement très larges et par surcroît fréquemment renforcés d'un important coefficient de sécurité pour tenir compte du fait que, « une certaine fois », un des fluides, dont l'écoulement avait été négligé, avait fait tomber très bas le coefficient global.

SOMMAIRE DES TABLES DE CONSTANTES

TABLEAUX

PAGES

I. — Air	71
II. — Hydrogène	72
III. — Vapeur d'eau (1 kg/cm^2)	72
IV. — Air sous diverses pressions	72
V. — Viscosité cinématique de la vapeur d'eau	73
VI. — Chaleur spécifique de la vapeur d'eau	73
VII. — Masse spécifique de la vapeur d'eau	74
VIII. — Nombre de Prandtl de la vapeur d'eau	74
IX. — Eau liquide	75
X. — Fréon 12	75
XI. — Une huile de moteur	76
Une huile de transformateur	76
XII. — Caractéristiques des métaux	77

CONSTANTES PHYSIQUES DE QUELQUE CORPS UTILISÉS **DANS L'INDUSTRIE THERMIQUE**

La plus grande partie des valeurs suivantes a été empruntée à l'ouvrage de ECKERT : *Introduction to the transfer of heat and mass*, transcrites en unités métriques.

Lorsque les valeurs proviennent d'autres sources, ces dernières sont indiquées.

Le système d'unités employé est le système C.G.S. Pour toutes les constantes la valeur de la conductibilité est notée à la fois en C.G.S. et unités M.K.H pour obtenir, à titre de vérification, le coefficient d'échange classique exprimé en cal/H/m²/° C.

TABLEAU I

Air (1 kg/cm²)

C.G.S.						M.K.H.	
T ° C	$\rho \times 10^3$ g/cm ³	c cal/g	ν cm ² /s	α cm ² /s	φ	λ	
						$\times 10^6$ c/s/cm/° C	$\times 10^3$ Kc/H/m/° C
— 150	2,79	0,247	0,031	0,041	0,76	2,77	1,00
— 100	1,98	0,244	0,060	0,081	0,74	3,93	1,42
— 50	1,53	0,241	0,095	0,132	0,721	4,82	1,76
0	1,26	0,240	0,137	0,192	0,712	5,80	2,09
50	1,06	0,240	0,185	0,264	0,701	6,70	2,42
100	0,91	0,241	0,238	0,345	0,690	7,60	2,76
200	0,72	0,245	0,358	0,527	0,678	9,32	3,37
300	0,60	0,249	0,495	0,740	0,668	10,95	3,95
400	0,51	0,255	0,648	0,980	0,661	12,75	4,60
500	0,44	0,261	0,815	1,28	0,658	14,30	5,15
1 000	0,27	0,283	1,825	2,79	0,655	21,2	7,68
1 500	0,194	0,295	3,100	4,73	0,655	27,2	0,80

TABLEAU II

Hydrogène (1 kg/cm²)

C.G.S.						M.K.H.	
T ° C	$\rho \times 10^4$ g/cm ³	c cal/g	ν cm ² /s	α cm ² /s	$\mathcal{E}$	λ	
						$\times 10^5$ c/s/cm/° C	$\times 10^3$ Kc/H/m/° C
— 200	3,28	2,56	0,103	0,147	0,70	12,5	4,5
— 100	1,38	3,14	0,445	0,645	0,69	27,7	10,0
0	0,88	3,41	0,96	1,43	0,67	41,5	15,0
100	0,64	3,45	1,62	2,50	0,65	54,3	19,6
200	0,505	3,47	2,4	3,75	0,64	65,4	23,6
300	0,42	3,48	3,3	5,25	0,63	74,8	27,0

TABLEAU III

Vapeur d'eau (1 kg/cm²)

C.G.S.						M.K.H.	
T ° C	$\rho \times 10^4$ g/cm ³	c cal/g	ν cm ² /s	α cm ² /s	$\mathcal{E}$	λ	
						$\times 10^5$ c/s/cm/° C	$\times 10^3$ Kc/H/m/° C
100	5,8	0,51	0,22	0,197	1,12	5,7	2,04
200	4,5	0,46	0,368	0,376	0,978	7,8	2,79
300	3,74	0,48	0,54	0,57	0,948	10,2	3,70
400	3,18	0,49	0,725	0,828	0,876	13,0	4,70
500	2,76	0,52	0,974	1,250	0,777	18,0	6,60

TABLEAU IV

Air sec à 0° sous diverses pressions avec $\mathcal{E} = 0,712$ (constant) (Ribaud XL)

P (atm)	C.G.S.					M.K.H.	
	$\rho \times 10^3$ g/cm ³	c cal/g	ν cm ² /s	α cm ² /s	λ	10^5 c/s/cm/° C	10^3 Kc/H/m/° C
1	1,3	0,241	0,133	0,18	5,65	2,04	
20	25,8	0,249	0,0067	0,0091	5,9	2,14	
60	78	0,27	0,0024	0,0033	6,9	2,5	
100	130	0,29	0,0017	0,0023	8,7	3,15	
200	250	0,32	0,0013	0,0018	14,0	5,05	

TABLEAU V

Viscosité cinématique de la vapeur d'eau en C.G.S.
(Extrait de la norme britannique B.S. 1942-1943)

PRESSION BARS 1 bar = 1,02 kg/cm ²	SATURATION	TEMPÉRATURES °C							
		150	200	250	300	350	400	450	500
	10 ⁻²	10 ⁻²	10 ⁻²	10 ⁻²	10 ⁻²	10 ⁻²	10 ⁻²	10 ⁻²	10 ⁻²
1	22,0	26,75	33,71	40,85	49,70	58,82	68,78	79,85	92,25
5	6,3	7,4	8,1	9,2	10,4	12,4	14,3	16,6	19,8
10	3,5	—	4,0	4,65	5,5	6,9	8,26	9,71	11,4
15	2,51	—	2,62	3,01	3,63	4,22	5,05	6,18	7,35
20	1,93	—	—	2,28	2,88	3,37	3,82	4,49	5,10
25	1,69	—	—	1,99	2,57	2,97	3,30	3,83	4,46
50	1,32	—	—	1,37	1,52	1,82	2,17	2,51	3,00
75	1,06	—	—	—	1,16	1,39	1,60	1,76	1,94
100	0,89	—	—	—	0,99	1,16	1,31	1,45	1,61
125	0,73	—	—	—	—	0,90	1,08	1,22	1,34
150	0,57	—	—	—	—	0,64	0,83	0,99	1,11

TABLEAU VI

Chaleur spécifique de la vapeur d'eau
cal/g (d'après les tables de KOCH)

PRESSION ATMOSPHÈRE 1 atm = 1,033 kg/cm ²	TEMPÉRATURES °C							
	150	200	250	300	350	400	450	500
1	0,47	0,475	0,47	0,47	0,48	0,49	0,50	0,51
5	—	0,49	0,49	0,49	0,50	0,50	0,50	0,51
10	—	0,56	0,51	0,51	0,51	0,51	0,51	0,53
15	—	0,68	0,55	0,51	0,51	0,51	0,52	0,52
20	—	—	0,58	0,53	0,52	0,52	0,53	0,53
25	—	—	0,63	0,55	0,54	0,53	0,53	0,54
50	—	—	—	0,74	0,62	0,58	0,56	0,56
75	—	—	—	1,05	0,73	0,64	0,60	0,59
100	—	—	—	—	0,95	0,73	0,65	0,62
125	—	—	—	—	1,27	0,85	0,70	0,65
150	—	—	—	—	1,65	1,0	0,77	0,67

TABLEAU VII

Masse spécifique de la vapeur d'eau
Unité C.G.S. $\times 1\,000$ (d'après les tables de Koch)

PRESSION ATMOSPHÈRE 1 atm = 1,033 kg/cm ²	SATURATION	TEMPÉRATURES °C							
		150	200	250	300	350	400	450	500
1	0,598	0,580	0,465	0,408	0,372	0,341	0,315	0,294	0,275
5	2,68		2,305	2,07	1,88	1,72	1,59	1,49	1,38
10	5,21		4,74	4,21	3,70	3,47	3,20	2,97	2,77
15	7,69		7,38	6,44	5,76	5,25	4,84	4,48	4,16
20	10,0		—	8,77	7,80	7,17	6,48	6,00	5,58
25	12,65		—	11,3	9,89	8,93	8,15	7,54	7,02
50	25,8		—	—	21,6	18,8	16,9	15,5	14,35
75	40,0			—	36,3	30,0	26,45	24,0	22,2
100	56,5			—	—	42,5	36,9	32,8	29,8
125	75,7			—	—	60,0	48,6	42,4	38,2
150	100			—	—	83,5	62,0	52,8	47,0

TABLEAU VIII

Nombre de Prandtl pour la vapeur d'eau
Pression en atmosphère (1 atm = 1,033 kg/cm²)

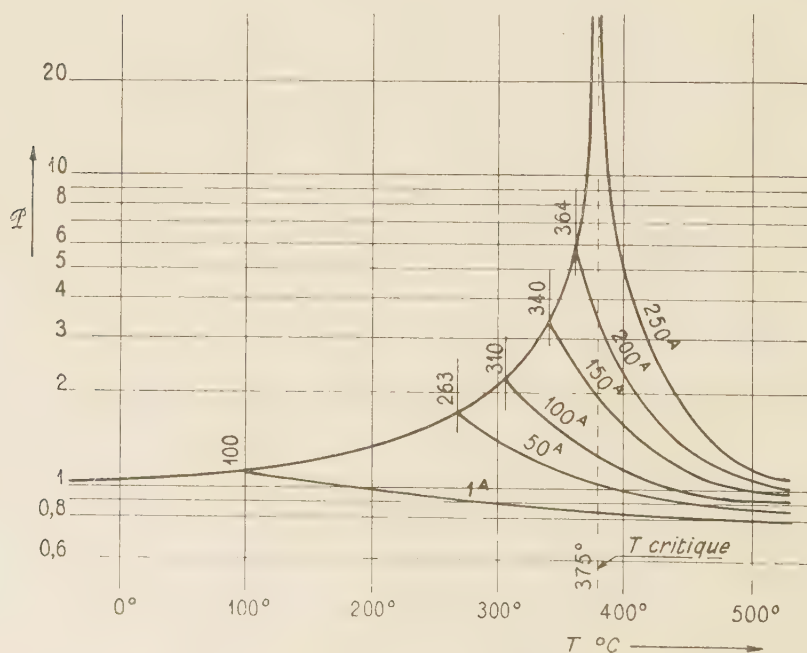


TABLEAU IX

Eau liquide

C.G.S.						M.K.H.	
T ° C	ρ g/cm ³	c cal/g	$\nu \times 10^3$ cm ² /s	$\alpha \times 10^3$ cm ² /s	$\mathcal{E}$	λ	
						$\times 10^4$ cal/cm/s/° C	Kc/H/m/° C
0	1,00	1,009	1,79	0,132	13,6	13,3	0,475
20	0,998	0,999	1,00	0,142	7,02	14,1	0,515
40	0,992	0,997	0,66	0,152	4,34	15,0	0,542
60	0,983	0,998	0,478	0,159	3,02	15,5	0,56
80	0,972	1,002	0,364	0,163	2,22	15,8	0,575
100	0,958	1,006	0,294	0,169	1,74	16,1	0,586
120	0,949	1,011	0,247	0,171	1,44	16,3	0,592
140	0,926	1,017	0,214	0,172	1,24	16,2	0,59
160	0,908	1,023	0,190	0,172	1,10	16,1	0,58
180	0,887	1,050	0,173	0,172	1,004	16,0	0,585
200	0,863	1,075	0,160	0,171	0,937	15,8	0,572
220	0,837	1,10	0,150	0,168	0,891	15,5	0,56
240	0,809	1,13	0,143	0,164	0,871	15,0	0,545
260	0,779	1,18	0,137	0,157	0,874	14,4	0,526
280	0,750	1,25	0,135	0,148	0,910	13,9	0,50
300	0,700	1,368	0,135	0,132	1,02	12,6	0,465

TABLEAU X

Fréon 12 (CCl₂F₂) liquide

C.G.S.						M.K.H.	
T ° C	ρ g/cm ³	c cal/g/° C	$\nu \times 10^3$ cm ² /s	$\alpha \times 10^3$ cm ² /s	$\mathcal{E}$	λ	
						$\times 10^4$ cal/cm/s/° C	Kc/H/m/° C
— 50	1,55	0,209	0,308	0,050	6,2	16,1	5,8
— 40	1,52	0,211	0,277	0,0515	5,4	16,6	6
— 30	1,49	0,214	0,251	0,0524	4,8	16,6	6
— 20	1,46	0,217	0,233	0,0530	4,4	16,9	6,1
— 10	1,43	0,220	0,220	0,0550	4,0	16,9	6,1
0	1,40	0,223	0,212	0,0558	3,8	17,3	6,25
10	1,37	0,227	0,202	0,0560	3,6	17,3	6,25
20	1,33	0,231	0,196	0,0560	3,5	17,3	6,25
30	1,30	0,235	0,193	0,0552	3,5	16,9	6,1
40	1,26	0,239	0,190	0,0542	3,5	16,6	6
50	1,22	0,244	0,188	0,0537	3,5	16,1	5,8

TABLEAU XI

Une huile de moteur (neuve)

C.G.S.						M.K.H.	
T ° C	ρ g/cm ³	c cal/g	ν cm ² /s	$\alpha \times 10^3$ cm ² /s	$\mathcal{D}$	λ	
						$\times 10^4$ cal/cm/s/° C	Kc/H/m/° C
0	0,902	0,429	42,8	0,091	47 100	3,52	0,127
20	0,888	0,449	9	0,0872	10 400	3,48	0,125
40	0,876	0,469	2,4	0,0834	2 870	3,43	0,124
60	0,865	0,489	0,84	0,08	1 050	3,39	0,121
80	0,854	0,509	0,375	0,077	490	3,36	0,119
100	0,84	0,530	2,030	0,0737	276	3,29	0,118
120	0,83	0,551	0,123	0,071	175	3,25	0,116
140	0,817	0,572	0,080	0,0686	116	3,21	0,115
160	0,805	0,592	0,056	0,0663	84	3,15	0,113

La diversité des huiles étant très grande le tableau précédent est donné à titre d'exemple pour montrer la variation des propriétés de l'huile en fonction de la température.

Nous avons trouvé pour une HUILE DE TRANSFORMATEUR FRANÇAISE les résultats suivants :

T	ρ	c	ν	$\alpha \times 10^3$	$\mathcal{D}$	λ	
						C.G.S. $\times 10^4$	M.K.H.
20	0,88		0,4				
50	0,86	0,48	0,095	0,073 (1)	130	30	0,108
90	0,83		0,026				

(1) Cette valeur — non mesurée — a été prise par homogénéité avec les résultats américains récents et permet de vérifier avec une excellente précision la formule de Lévêque d'après nos résultats d'essais (voir § 4,1).

TABLEAU XII

*Caractéristiques
des métaux utilisés dans les appareils thermiques*

	ρ g/cm ³	c cal/g/°C	λ $\frac{\text{cal/cm/s/}^\circ\text{C}}{\text{Kc/H/m/}^\circ\text{C}}$					
			— 100°	0°	100°	200°	300°	400°
Cuivre (pur)	9,05	0,0915	$\frac{0,97}{350}$	$\frac{0,92}{334}$	$\frac{0,90}{325}$	$\frac{0,89}{320}$	$\frac{0,875}{316}$	$\frac{0,865}{313}$
Cuivre arsenical dés-oxydulé *	8,91	0,0915	$\frac{0,41}{148}$ (<i>t</i> non indiquée)					
Laiton 70-30 Amiraute	8,6	0,092	$\frac{0,21}{76}$	$\frac{0,26}{94}$	$\frac{0,305}{110}$	$\frac{0,345}{124}$	$\frac{0,35}{126}$	$\frac{0,35}{126}$
Laiton d'aluminium 78-20-2 *	8,34	0,093	$\frac{0,28}{100}$ (<i>t</i> non indiquée)					
Constantan 60 Cu-40 Ni	9	0,098	$\frac{0,05}{17,9}$	$\frac{0,054}{19,4}$	$\frac{0,052}{19}$	$\frac{0,062}{22,4}$		
Cupro-nickel 70-30 * ..	8,84	0,097	$\frac{0,06}{21,6}$ (<i>t</i> non indiquée)					
Cupro-nickel 90-10 * ..	8,89	0,094	$\frac{0,11}{40}$ (<i>t</i> non indiquée)					
Fer pur	8	0,108	$\frac{0,2}{73}$	$\frac{0,17}{61}$	$\frac{0,16}{57}$	$\frac{0,145}{52}$	$\frac{0,13}{47}$	$\frac{0,115}{41}$
Acier (0,5 % C)	7,9	0,111		$\frac{0,132}{47,6}$	$\frac{0,124}{44,6}$	$\frac{0,116}{41,8}$	$\frac{0,108}{39}$	$\frac{0,1}{35,8}$
Acier (1,5 % C)	7,85	0,116		$\frac{0,086}{31}$	$\frac{0,086}{31}$	$\frac{0,086}{31}$	$\frac{0,083}{30}$	$\frac{0,079}{28,4}$
Acier inox (18-8)	7,95	0,11		$\frac{0,04}{14}$	$\frac{0,043}{15}$	$\frac{0,043}{15}$	$\frac{0,047}{16,5}$	$\frac{0,047}{16,5}$
Aluminium (pur)	2,74	0,214	$\frac{0,555}{200}$	$\frac{0,54}{196}$	$\frac{0,54}{196}$	$\frac{0,54}{196}$	$\frac{0,54}{196}$	
Duralumin 95 Al-5 Cu ..	2,82	0,211	$\frac{0,3}{109}$	$\frac{0,38}{137}$	$\frac{0,432}{156}$	$\frac{0,465}{167}$		
Alumag. 92 Al-8 Mg ..	2,61	0,216	$\frac{0,22}{80}$	$\frac{0,26}{94}$	$\frac{0,3}{109}$	$\frac{0,34}{122}$		

Les résultats avec l'indication * proviennent de la notice technique *Yorkshire tubes*.
 Bien que certains résultats soient donnés avec trois chiffres significatifs, la précision des résultats est à peine de l'ordre de 1 % pour les valeurs de λ .
 Les résultats relatifs aux métaux purs auraient bien une telle précision mais on ne peut les employer usuellement car les moindres traces d'impureté ont une très grande influence sur la valeur des coefficients thermiques.

BIBLIOGRAPHIE

- MAC'ADAMS. — *Transmission de la chaleur*. Traduction, 2^e édition. Dunod, 1950.
- TEN BOSCH. — *Transmission de la chaleur*. Traduction, 3^e édition. Dunod, 1930.
- O. P. BERGELIN — *Transactions « A.S.M.E. »*. Vol. 72, n° 6, août 1950.
- ECKERT. — *Introduction to the transfer of heat and mass*. M. Graw. Hill, 1950.
- GAFFERT. — *Steam-Power-Stations*. M. Graw. Hill, 1946.
- H. HAUSEN. — *Wärmeübertragung*. Springer-Verlag, 1950.
- M. JACOB. — *Heat transfer*. M. Graw. Hill, 1949.
- KERN. — *Process heat transfer*. M. Graw. Hill, 1950.
- H. KUHNE. — *Die Grundlagen der Berechnung von Oberflächen Wärmeaustauschern*. Göttingen, 1949.
- LEGENDRE. — *Cours de transmission de chaleur*. Centre d'Études Supérieures de Mécanique.
- A. LÉVÊQUE. — *Les lois de la transmission de la chaleur par convection*. Dunod, 1928.
- W. MARGOULIS. — *Chaleur et industrie*. 8-11-12/1933 et 1-3/1934.
- W. MATZ. — *Die thermodynamique in der verfahrenstechnik*. Frankfurt, 1949.
- RIBAUD (1). — *La convection de la chaleur en régime d'écoulement laminaire*. Mémorial des Sciences Physiques, XL. Gauthier-Villars, 1939.
- RIBAUD. — *La convection de la chaleur en régime d'écoulement turbulent*. Mémorial des Sciences Physiques, XLVI. Gauthier-Villars, 1942.
- RIBAUD. — *La convection forcée de la chaleur. Fluide s'écoulant normalement à un cylindre*. Mémorial des Sciences Physiques, L. Gauthier-Villars, 1948.
- RIBAUD. — *La convection de la chaleur aux grandes vitesses*. Mémorial des Sciences Physiques, LI. Gauthier-Villars, 1948.
- E. ROCHE — *Les appareils tubulaires de transmission de chaleur en régime d'écoulement laminaire* (communication au IV^e Congrès de Chauffage industriel).
- A. SCHACK. — *Der Industrielle Wärmeübergang*. Düsseldorf, 1948.
- STOEVEER. — *Applied-heat transmission*.
- VERNOTTE. — *Thermocinétique*. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 224.

Les ouvrages du Professeur RIBAUD nous ont servi de bases et nous y renvoyons fréquemment le lecteur sous la seule référence : (RIBAUD XL, § 25), par exemple.

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

MESURE DES DÉBITS DE FLUIDES PAR LES DIAPHRAGMES

Vu et approuvé :

Paris, le 1^{er} juin 1951.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

A. CHATELET.

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean SARRAILH.



IMPRIMERIE



IMPRIMERIE